

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Садиева Марина Станиславовна

Должность: Проректор по образовательной деятельности

Дата подписания: 07.08.2025 09:38:22

Уникальный программный ключ:

dfadd478b96da38f4770fc03fd2ef6c1a0b5c51

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования**

**«Томский государственный педагогический университет»
(ТГПУ)**

УТВЕРЖДАЮ

Директор Центра ДФМиЕНО

Червонный М.А.



(дата)

М.П.

Центр дополнительного физико-математического и естественнонаучного образования

**Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа
«Углубленная математика»**

Автор программы

Подстригич А. Г.,

заведующий кафедрой

математики, теории и

методики обучения

математике, доцент, к.п.н.

Томск 2025 г.

Содержание

1. Паспорт программы
2. Актуальность программы
3. Цели и задачи
4. Ожидаемые результаты освоения программы/ модуля
5. Учебный план
6. Учебно-тематический план
7. Содержание дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы
8. Материально-техническое обеспечение дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы
9. Методические рекомендации по организации образовательного процесса
10. Формы учебной работы
11. Формы контроля
- 11.1. Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

1. Паспорт программы

Аннотация программы	Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Углубленная математика» направлена на формирование компетентностного уровня знаний и умений обучающихся, учет их индивидуальных познавательных склонностей, признание высокого развивающего потенциала математического образования. Развивающие учебные материалы курса «Углубленная математика» способствуют организации дифференцированного подхода к обучающимся, позволяют избежать перегрузки и реализовать потенциальные возможности каждого ученика. Программа «Углубленная математика» состоит из 7 модулей. Модули выстроены в единой логике, обеспечивая переход от знания к навыку и от простого к сложному. Обучающийся вправе освоить как все модули, так и один или несколько модулей в соответствии со своими образовательными потребностями.
Направленность дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы	Естественно-научная
Вид деятельности дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы	Математика
Категория обучающихся	14–15 лет (обучающиеся 7–8 классов)
Срок обучения	60 часов ¹
Форма обучения	очная
Режим занятий	2 ак. часа в неделю
Ожидаемое минимальное и максимальное число обучающихся в одной группе	7–15
Категория состояния здоровья обучающихся, которые могут быть зачислены на обучение по дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программе	Без детей с ОВЗ

2. Актуальность программы

В настоящее время возникают объективные предпосылки для создания условий обучения и воспитания, направленных на развитие творческого потенциала обучающихся, организацию

¹ Обучающийся, родитель (законный представитель) несовершеннолетнего обучающегося при заполнении заявления о зачислении и заключении договора об оказании платных образовательных услуг вправе выбрать из общего количества часов по дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программе «Углубленная математика» любое количество часов, но не более общего количества часов по ДООП в целом.

учебно-исследовательской, проектной деятельности, стимулирование поиска новых способов решения. Исходя из общей цели, стоящей перед системой обучения, направленной на общее развитие школьников, данный курс нацелен на изучение тем и разделов математики, которые не входят в традиционные школьные программы; на подготовку к изучению алгебры и геометрии на последующих уровнях школы; на расширение математического кругозора, реализацию проектно-исследовательской деятельности обучающихся. Обучение по данной программе предусматривает, прежде всего, более высокий уровень владения материалом школьного курса математики, развитие проектно-исследовательских компетенций и формирование интереса к изучению математики. При этом объем и глубина освоения изучаемого материала, не входящего в традиционные школьные программы, сугубо индивидуальны для каждого обучающегося.

Преподавание курса «Углубленная математика» способствует организации дифференцированного подхода к обучающимся, позволяет избежать перегрузки и реализовать потенциальные возможности каждого ученика.

3. Цели и задачи

Организационно-педагогической целью образовательной программы «Углубленная математика» является реализация проектно-исследовательской деятельности обучающихся, направленной на более высокий уровень овладения материалом школьного курса математики.

Исходя из **общей дидактической цели**, направленной на общее развитие школьников, данный курс нацелен на выполнение следующих **задач**:

- формирование у обучающихся устойчивого интереса к математике;
- изучение тем и разделов математики, которые не входят в традиционные школьные программы;
- подготовка к изучению алгебры и геометрии на последующих уровнях школы;
- расширение математического кругозора;
- реализация проектно-исследовательской деятельности обучающихся.

4. Ожидаемые результаты освоения программы

Обучающиеся, освоившие программу, должны знать:

- содержание основных понятий и алгоритмов алгебры и геометрии;
- основные источники информации по углубленной математике и способы работы с ними;
- правила работы в группе;
- алгоритм работы над проектом.

Обучающиеся, освоившие программу, должны уметь:

- сравнивать разные способы решения задачи;
- формулировать проблему и цель деятельности;
- находить, анализировать, отбирать, структурировать информацию;
- отбирать критерии оценивания результата деятельности.

Обучающиеся, освоившие программу, должны владеть навыками:

- самостоятельной математической и творческой деятельности по решению математических задач;
- работы с информацией;
- группового взаимодействия;
- разработки и реализации проектного исследования.

5. Учебный план

№ п/п	Наименование модулей и разделов	Всего часов	В том числе:		Формы контроля
			Теория	Практика	
1.	Модуль 1. Расширение понятия числа.	10	4	6	Зачет
2.	Модуль 2. Элементы алгебры	10	2	8	Зачет

	многочленов.				
3.	Модуль 3. Делимость чисел. Теория сравнения.	6	2	4	Зачет
4.	Модуль 4. Элементы теории множеств.	8	4	4	Зачет
5.	Модуль 5. Элементы комбинаторики и теории вероятностей.	8	4	4	Зачет
6.	Модуль 6. Элементы нестандартной геометрии.	8	3	5	Зачет
7.	Модуль 7. Нестандартные задачи по геометрии.	10	4	6	Зачет
ИТОГО:		60	23	37	

6. Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование модулей, разделов и тем	Всего часов	В том числе:		Формы контроля
			Теория	Практика	
1.	Модуль 1. Расширение понятия числа	10	4	6	
1.1.	Числовые множества	4	2	2	
1.2.	Виды натуральных чисел	4	2	2	
1.3.	Промежуточная аттестация	2		2	Зачет
2.	Модуль 2. Элементы алгебры многочленов	10	2	8	
2.1.	Действия с многочленами	3	1	2	
2.2.	Разложение многочленов на множители	3	1	2	
2.3.	Разложение чисел по степеням основания системы	3		3	
2.4.	Промежуточная аттестация	1		1	Зачет
3.	Модуль 3. Делимость чисел. Теория сравнения	6	2	4	
3.1.	Признаки делимости	2	1	1	
3.2.	Сравнения по модулю m	3	1	2	
3.3.	Промежуточная аттестация	1		1	Зачет
4.	Модуль 4. Элементы теории множеств	8	4	4	
4.1.	Первоначальные понятия и символика	3	2	1	
4.2.	Операции над множествами	4	2	2	
4.3.	Промежуточная аттестация	1		1	Зачет
5.	Модуль 5. Элементы комбинаторики и теории вероятностей	8	4	4	
5.1.	Правила сложения и умножения в комбинаторике	2	2		
5.2.	Перестановки. Размещения. Сочетания	4	2	2	
5.3.	Выборки с повторениями	1		1	
5.4.	Промежуточная аттестация	1		1	Зачет

6.	Модуль 6. Элементы нестандартной геометрии	8	3	5	
6.1.	Трисекция угла. Квадратура круга	2	1	1	
6.2.	Золотое сечение	2	1	1	
6.3.	Геометрия Лобачевского	3	1	2	
6.4.	Промежуточная аттестация	1		1	Зачет
7.	Модуль 7. Нестандартные задачи по геометрии	10	4	6	
7.1.	Занимательные геометрические задачи	4	2	2	
7.2.	Практико-ориентированные геометрические задачи	4	2	2	
7.3.	Промежуточная аттестация	2		2	Зачет
Итого:		60	23	37	

7. Содержание дополнительной общеобразовательной общеразвивающей программы

№ п/п	Наименование модулей, разделов и тем	Содержание обучения
Модуль 1. Расширение понятия числа		
1.1.	Числовые множества	Теория: Определения числовых множеств. Практика: Действия над числами. Свойства действий.
1.2.	Виды натуральных чисел	Теория: Фигурные, совершенные, дружественные, числа Мерсена и др. Практика: Решение задач.
Модуль 2. Элементы алгебры многочленов		
2.1.	Действия с многочленами	Теория: Основные понятия. Действия с многочленами. Практика: Сложение многочленов. Деление многочленов. Умножение многочленов. Умножение двучленов. Квадрат многочлена. Натуральная степень двучлена.
2.2.	Разложение многочленов на множители	Теория: Разложение многочленов на множители. Приведение к разности квадратов. Метод неопределенных коэффициентов. Деление многочленов на $x \pm a$. Корни многочленов. Алгоритм нахождения целых корней уравнений. Двучлены типа $x^n \pm a^n$. Практика: Решение олимпиадных задач.
2.3.	Разложение чисел по степеням основания системы	Практика: Разложение чисел по степеням основания системы. Решение задач «на числа».
Модуль 3. Делимость чисел. Теория сравнения		
3.1.	Признаки делимости	Теория: Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Практика: Разложение натурального числа на простые множители. Применение признаков делимости.
3.2.	Сравнения по модулю m	Теория: Сравнения по модулю m .

		Практика: Применение свойств сравнений в решении задач. Вывод признаков делимости.
Модуль 4. Элементы теории множеств		
4.1.	Первоначальные понятия и символика	Теория: Первоначальные понятия и символика. Мощность множества и кардинальные числа. Практика: Решение задач.
4.2.	Операции над множествами	Теория: Счетные множества. Несчетность множества иррациональных чисел. Практика: Операции над множествами.
Модуль 5. Элементы комбинаторики и теории вероятностей		
5.1.	Правила сложения и умножения в комбинаторике	Теория: Знакомство со спецификой комбинаторных и вероятностных задач. Правила сложения и умножения в комбинаторике.
5.2.	Перестановки. Размещения. Сочетания	Теория: Перестановки. Размещения. Сочетания. Бином Ньютона. Практика: Решение задач.
5.3.	Выборки с повторениями	Теория: Выборки с повторениями. Практика: Решение комбинаторных и вероятностных задач.
Модуль 6. Элементы нестандартной геометрии		
6.1.	Трисекция угла. Квадратура круга	Теория: История и современная теория пяти знаменитых задач древности: квадратура круга, трисекция угла, удвоение куба, деление окружности на равные части, квадрирование луночек. Практика: Решение задач.
6.2.	Золотое сечение	Теория: Золотое сечение. Практика: Решение олимпиадных задач.
6.3.	Геометрия Лобачевского	Теория: Геометрия Лобачевского. Великие математики прошлого и их великие теоремы.
Модуль 7. Нестандартные задачи по геометрии		
7.1.	Занимательные геометрические задачи	Практика: Решение занимательных геометрических задач.
7.2.	Практико-ориентированные геометрические задачи	Практика: Решение практико-ориентированных геометрических задач.

8. Материально-техническое обеспечение дополнительной общеобразовательной развивающей программы

Для обеспечения программы необходимы: аудиторный фонд, мультимедийный комплекс, USB-модем, флеш-карта, видеоматериал, наглядные пособия, дидактический материал.

9. Методические рекомендации по организации образовательного процесса

Основные формы организации обучения: проведение теоретических занятий (проблемных и традиционных); практических занятий (коллективные формы обсуждения, круглые столы, деловые игры, мозговые штурмы, проектные мастерские, работа в микрогруппах – решение проблемных ситуаций, моделирование, презентации проектов), различные формы самостоятельной работы, промежуточные аттестации обучающихся, консультации и т.д. Используются методы: проблемный диалог, наблюдение, беседа, работа с текстом, практические и экспериментальные работы.

Самостоятельная работа обучающихся предполагает различные формы индивидуальной учебной деятельности: сбор и анализ практического материала, ведение словаря, проектирование, выполнение тематических творческих заданий и пр. Выбор форм и видов самостоятельной работы

определяются индивидуально-личностным и компетентностным подходом к обучению совместно преподавателем и обучающимся.

10. Формы учебной работы

Фронтальная, индивидуальная и групповая работа.

11. Форма контроля

11.1. Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации

Текущий контроль успеваемости осуществляется на основе наблюдений за деятельностью обучающихся в ходе занятий.

Промежуточной аттестацией по итогам освоения каждого модуля является зачет в следующих видах:

№ п/п	Наименование модулей	Вид контроля
1.	Расширение понятия числа	Тестирование
2.	Элементы алгебры многочленов	Тестирование
3.	Делимость чисел. Теория сравнения	Тестирование
4.	Элементы теории множеств	Тестирование
5.	Элементы комбинаторики и теории вероятностей	Тестирование
6.	Элементы нестандартной геометрии	Тестирование
7.	Нестандартные задачи по геометрии	Тестирование

Примерные вопросы по модулям и Критерии оценивания

Вопросы и задания по модулю 1: «Расширение понятия числа»

1. *Выбери верные утверждения:*

- А. Для того, чтобы дроби $\frac{m}{n}$ и $\frac{p}{q}$ были равны, необходимо и достаточно того, чтобы $m \cdot q = n \cdot p$
- Б. Чтобы сравнить дроби с одинаковыми знаменателями, надо умножить их числители
- В. Неправильная и смешанная дробь не всегда больше любой правильной дроби
- Г. Сокращение дробей – это замена данной дроби другой, равной данной, но с меньшим знаменателем.
- Д. $\frac{2}{4}$ больше, чем $\frac{3}{7}$

2. *Число 5,3 принадлежит множеству:*

- А. положительных рациональных чисел
- Б. натуральных чисел
- С. иррациональных чисел
- Д. целых чисел

3. *Число $\frac{7}{9}$ принадлежит множеству чисел:*

- А. натуральных
- Б. целых
- С. рациональных
- Д. простых

4. *Найди корень уравнения: $\frac{7}{12} + x = \frac{59}{60}$*

- А. 0,3
- Б. 0,4
- С. 0,2

Д. 23/60

5. *Выбери правильный вариант ответа: $38 \frac{1}{2} - 5/6 + 12 \frac{1}{5} - 20 \frac{7}{9} =$*

А. 1308/45

Б. $29 \frac{4}{45}$

С. 386/45

Д. $28 \frac{3}{45}$

Вопросы и задания по модулю 2: «Элементы алгебры многочленов»

1. *Представьте многочлен $5a^2c - 4b^2c - 5a^2c + 2b^2c + 5a$ в стандартном виде.*

А. $a^2c - 2b^2c + 5a$

Б. $3ab^2c$

В. $-2b^2c + 5a$

Г. $5a$

2. *Выполните умножение: $(3a - b)(5a + 4b)$.*

А. $15a^2 + 7ab - 4b^2$

Б. $15a^2 + 17ab - 4b^2$

В. $15a^2 - 7ab - 4b^2$

Г. $15a^2 + 7ab + 4b^2$

3. *Выполните деление: $8t^2 + 10t - 3 : 2t + 3$*

А. $4t - 1$

Б. $4t + 1$

В. $2t - 2$

Г. $2t + 2$

4. *Найдите остаток от деления многочлена $x^4 - 6x^3 + 8$ на $x + 2$*

А. 34

Б. 72

В. -24

Г. 2

5. *Укажите число в десятичной записи: $3 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$*

А. 37045

Б. 3740

В. 3745

Г. 37450

Вопросы и задания по модулю 3: «Делимость чисел. Теория сравнения»

1. *Какие числа делятся на 3?*

А. Все числа, оканчивающиеся цифрой 3;

Б. Все числа, сумма цифр которого делится на 3;

В. Все числа, оканчивающиеся на 3, 6 или 9;

Г. Все числа, оканчивающиеся нечетной цифрой.

2. *Выберите ряд, в котором все числа делятся на 5:*

А. 25360, 215, 9845, 67351;

Б. 34795, 54540, 12345, 214;

В. 1295, 360, 84965, 2225;

Г. 3451, 39798, 948, 680.

3. Какие цифры можно подставить в число $*8658$ вместо $*$, чтобы полученное число делилось на 9?

А. 0 и 9;

Б. 0;

В. 9;

Г. нет верного ответа.

4. Выберите числа сравнимые по модулю 3?

А. 1 и 5;

Б. -1 и 2;

В. 3 и 36;

Г. -8 и 9.

5. Какие числа являются взаимно простыми?

А. 5 и 25;

Б. 9 и 99;

В. 81 и 13;

Г. 12 и 16.

Вопросы и задания по модулю 4: «Элементы теории множеств»

1. Какой из нижеперечисленных символов обозначает пустое множество?

А. $\{ \}$

Б. $\{ \emptyset \}$

В. $\{ 1, 2, 3 \}$

2. Какое из следующих утверждений является истинным?

А. Пересечение двух множеств всегда будет пустым.

Б. Объединение двух множеств всегда будет содержать все элементы исходных множеств.

В. Разность двух множеств всегда будет содержать все элементы исходного множества.

3. Какой из нижеперечисленных символов обозначает подмножество?

А. $\subset$

Б. $\supset$

В. $\neq$

4. Какое из следующих утверждений является истинным?

А. Мощность множества равна количеству элементов в нем.

Б. Мощность множества всегда больше количества элементов в нем.

В. Мощность множества всегда меньше количества элементов в нем.

5. Каждый ученик класса побывал в театре или в кино. В театр сходили 22 человека. В кино были 15 человек. И в театре, и в кино были 7 человек. Сколько учеников в классе?

А. 37

Б. 30

В. 44

Вопросы и задания по модулю 5: «Элементы комбинаторики и теории вероятностей»

1. Сколько существует различных двузначных чисел, в записи которых можно использовать цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры в числе должны быть различными?

- А. 10
Б. 60
В. 20
Г. 30

2. Вычислить: $6! - 5!$

- А. 600
Б. 300
В. 1
Г. 1000

3. В ящике находится 45 шариков, из которых 17 белых. Потеряли 2 не белых шарика. Какова вероятность того, что выбранный наугад шарик будет белым?

- А. $28/45$
Б. $17/45$
В. $17/43$
Г. $15/43$

4. Бросают три монеты. Какова вероятность того, что выпадут два орла и одна решка?

- А. 0,25
Б. 0,5
В. 0,125
Г. 1

5. В денежно-вещевой лотерее на 1000000 билетов разыгрывается 1200 вещевых и 800 денежных выигрышей. Какова вероятность выигрыша?

- А. 0,02
Б. 0,00012
В. 0,0008
Г. 0,002

Вопросы и задания по модулю 6: «Элементы нестандартной геометрии»

Разработать исследовательский проект на одну из предложенных тем: «Золотое сечение вокруг нас», «Великие математики прошлого», «Открытые математические проблемы», «Знаменитые задачи древности». Продуктом проекта является разработанная презентация.

Ученик выступает с данной темой на одном из занятий, оценивание происходит по следующим критериям:

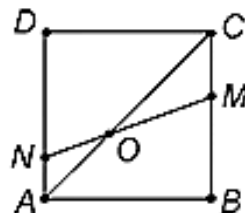
- Соответствие работы теме;
- Глубина и полнота раскрытия темы;
- Адекватность передачи первоисточника;
- Логичность, связность;
- Доказательность;
- Структурная упорядоченность;
- Оформление;
- Языковая правильность.

Каждый критерий оценивается максимум 2 баллами, где 0 – полное несоответствие критерию, 1 – частичное соответствие, 2 – полное соответствие критерию. Оценка «зачтено» выставляется при 8 баллах и выше.

Вопросы и задания по модулю 7: «Нестандартные задачи по геометрии».

Какова величина $\angle COM$, если $\angle OND = 60^\circ$ и $ABCD$ – квадрат?

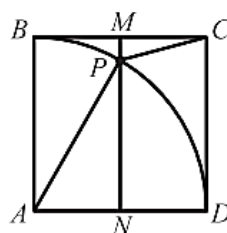
- (A) 10° (B) 15° (C) 20°
(D) 30° (E) 35°



1. В некотором треугольнике все углы различны и каждый измеряется целым числом градусов. Малыш Федя сложил самый маленький и самый большой углы. Какой самый маленький результат он мог получить?
(A) 61° (B) 90° (B) 91° (Г) 120° (D) 121°

$ABCD$ – квадрат, точки M и N – середины сторон BC и AD . Окружность радиуса AB с центром в точке A пересекает отрезок MN в точке P . Чему равен угол APC ?

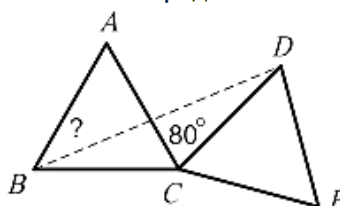
- (A) 120° (Б) 135° (B) 150°
(Г) 165° (Д) невозможно определить



3. В треугольнике ABC угол B равен 20° , а угол C равен 40° . Биссектриса AD угла A равна 2. Чему равна разность $BC - AB$?
(A) 1 (Б) 1,5 (B) 2 (Г) 4 (Д) невозможно определить

ABC и CDE – равные правильные треугольники. Чему равен угол ABD , если угол ACD равен 80° ?

- (A) 25° (B) 30° (C) 35°
(D) 40° (E) 45°



Критерии оценивания:

85 - 100 % правильных ответов – высокий уровень;
70 - 84% правильных ответов – повышенный уровень;
50 - 69% правильных ответов – средний уровень;
менее 50 % правильных ответов – низкий уровень.

Оценка «зачтено» ставится по итогам тестирования, если обучающийся достиг средний уровень и выше (правильных ответов 50 % и выше).

Оценка «не зачтено» ставится по итогам тестирования, если обучающийся не достиг среднего уровня (правильных ответов менее 50 %).