

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ТГПУ)



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б.3.В.06 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Трудоемкость (в зачетных единицах): 3

Направление подготовки: *050100.62 «Педагогическое образование»*

Профили подготовки: *математика и физика*
математика и экономика

Квалификация (степень) выпускника: *бакалавр*

1. Цели изучения дисциплины.

Дифференциальные уравнения являются одним из основных понятий современной математики. Дифференциальные уравнения, полученные в результате исследования какого-либо реального явления или процесса, называют дифференциальной моделью этого явления или процесса. Современное развитие физики и техники невозможно без использования дифференциальных уравнений. В данном курсе рассматриваются теоретические сведения и методы решения стандартных, в приложениях к конкретным разделам физики, дифференциальных уравнений.

Курс теории дифференциальных уравнений является развитием одного из основных разделов современной математики – математического анализа, имеющего фундаментальное значение как для самой математики, так и для всех естественно-научных дисциплин. Достаточно заметить, что все основные законы физики формулируются на языке дифференциальных уравнений. В процессе изучения курса дифференциальных уравнений студент должен усвоить основные понятия теории дифференциальных уравнений, основные типы дифференциальных уравнений и методы их интегрирования, научиться применять общие методы к решению конкретных задач в математике и физике.

2. Место учебной дисциплины в структуре основной образовательной программы.

Программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» составлена в соответствии с учебным планом и Федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению подготовки 050100.62 «Педагогическое образование», профили подготовки: «математика и физика» «математика и экономика»

«Дифференциальные уравнения» относятся к вариативной части дисциплин математического и естественнонаучного цикла. Для изучения данного курса необходимо твердое знание основ математического анализа.

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» призвана дать студентам математический аппарат, который будет использоваться в дальнейшем при изучении дисциплин базового цикла, а также при изучении дисциплин профессионального цикла, в учебно-исследовательской и научно-исследовательской работе.

3. Требования к уровню освоения программы.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

владение культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения (ОК-1);

способность использовать знания о современной естественнонаучной картине мира в образовательной и профессиональной деятельности, применять методы математической обработки информации, теоретического и экспериментального исследования (ОК-4);

способность логически верно выстраивать устную и письменную речь (ОК-6);

готовность к взаимодействию с коллегами, к работе в коллективе (ОК-7);

владение основами речевой профессиональной культуры (ОПК-3).

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать: основные понятия теории дифференциальных уравнений, типы и стандартные формы записи основных дифференциальных уравнений, методы решения основных дифференциальных уравнений.

Уметь: применять дифференциальные уравнения для моделирования физических процессов, использовать средства дифференциальных уравнений для обработки, анализа и

систематизации информации по теме исследования и пользоваться при необходимости математической литературой.

Владеть: методами решения дифференциальных уравнений различных типов.

4. Общая трудоемкость дисциплины 4 зачетные единицы и виды учебной работы.

Вид учебной работы	Трудоемкость (в соответствии с учебным планом) (час)	Распределение по семестрам (в соответствии с учебным планом) (час)
	108	4 семестр
Аудиторные занятия	54	54
Лекции	18	18
Практические занятия (ПЗ)	36	36
Семинары (С)		
Лабораторные работы (ЛР)		
Другие виды аудиторных работ		
Другие виды работ		
Самостоятельная работа (СР)	54	54
Курсовой проект (работы)		
Рефераты		
Расчетно-графические работы		
Формы текущего контроля		
Формы промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом	зачёт	зачёт

5. Содержание программы учебной дисциплины.

5.1. Содержание учебной дисциплины

4 семестр

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Аудиторные часы					Самостоят. работа
		Всего	Лекции	Практические (семинары)	Лабораторные	В т.ч. интерактивные формы обучения (не менее 20 %)	
1.	Понятие дифференциальных уравнений	2	2	2			10
2.	Дифференциальные уравнения первого порядка.	10	4	12		4	14
3.	Дифференциальные уравнения высших порядков	10	4	8		2	14
4.	Системы дифференциальных уравнений	6	4	8		2	8

5.	Приложения дифференциальных уравнений к решению задач математики и физики	4	4	6		4	8
	Итого:	54/1,5 зач.ед.	18	36		12/22,2%	54

5.2. Содержание разделов дисциплины.

1. *Понятие дифференциального уравнения*: определение дифференциального уравнения и его порядка; решение дифференциального уравнения и его интеграл; геометрическая интерпретация дифференциального уравнения и его решения; классификация дифференциальных уравнений.
2. *Дифференциальные уравнения первого порядка*: основные понятия и классификация. Дифференциальные уравнения, разрешенные относительно производной: дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными; однородные дифференциальные уравнения первого порядка; линейные дифференциальные уравнения первого порядка; дифференциальные уравнения в полных дифференциалах – определение и методы решения. Задачи с начальными условиями (задача Коши) и приложения дифференциальных уравнений в физике. Дифференциальные уравнения, не разрешенные относительно производной: простейшие дифференциальные уравнения и их решение: уравнения Клеро и Лагранжа.
3. *Дифференциальные уравнения высших порядков*: определение и классификация: основные понятия теории. Простейшие типы дифференциальных уравнений высших порядков, допускающие понижения порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка: теорема о структуре общего решения. Уравнения с постоянными коэффициентами и их решение. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка: теорема о структуре общего решения. Уравнения с постоянными коэффициентами и построение общего решения: метод Лагранжа и метод неопределенных коэффициентов (уравнения со специальной правой частью). Математическое моделирование физических процессов на примере математического маятника.
4. *Системы дифференциальных уравнений*: определение и основные понятия; задача Коши. Нормальная система и механическая интерпретация её решения, интегрирование нормальных систем. Математические модели на основе систем дифференциальных уравнений.
5. *Приложения дифференциальных уравнений к решению задач математики и физики*: связь математической модели с реальностью; влияние начальных условий на решение системы дифференциальных уравнений. Точки покоя и их классификация; простейшие точки покоя. *Краевые задачи для линейных уравнений второго порядка*: постановка краевых задач и их физическое содержание; классификация краевых задач. Линейная, однородная и неоднородная краевые задачи. Задачи на собственные значения. Математическое моделирование на основе краевых задач: дифференциальное уравнение изгиба балки.

5.3 Лабораторный практикум.

Не предусмотрен.

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины.

6.1. основная литература по дисциплине:

1. Берман, Г.Н. Сборник задач по математическому анализу: учебное пособие для вузов/ Г.Н.Берман.- С-Пб.: Лань.-2006.
2. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: учебник для вузов: в 2 частях/ Г.М. Фихтенгольц. – С-Пб.: Лань.-2006. – Ч. 1.
3. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: учебник для вузов: в 2 частях / Г.М. Фихтенгольц. – С-Пб.: Лань.- 2006. – Ч. 2.

6.2 Дополнительная литература:

1. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебник для вузов / Б.П. Демидович. – М.: Наука. - 2006.
2. Дергалев, В.П. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебно-методическое пособие/ В.П. Дергалев, А.А.Решетняк.- Томск: Центр учебно-методической литературы ТГПУ.- 2006.
3. Ильин, В.А. Математический анализ: учебник : в 2 частях/В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Бл. Х. Сендов ; под ред. А. Н. Тихонова.-М.:Проспект. Ч. 1-2.- 2007.
4. Кудрявцев, Л.Д. Курс математического анализа: учебник для вузов: в 3т./ Л.Д.Кудрявцев. -М.:Высшая школа.- Т.1-3.- 2006.
5. Мартинсон, Л.К. Дифференциальные уравнения математической физики: учебник для вузов / Л.К. Мартинсон, Ю.И. Малов. - М.: Наука.-2002.
6. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник для вузов: в 3 тт./Г. М. Фихтенгольц.-М.:ФИЗМАТЛИТ. Т. 3.-2008.

6.3. Средства обеспечения освоения дисциплины.

При изучении дисциплины полезно посетить следующие Интернет-ресурсы, электронные информационные источники:

<http://libserv.tspu.edu.ru/> - Научная библиотека Томского государственного педагогического университета

<http://www.gpntb.ru> – Государственная публичная научно-техническая библиотека России

<http://elibrary.ru> – Научная электронная библиотека,

<http://www.lib.msu.su> – научная библиотека Московского государственного университета

<http://www.lib.berkeley.edu/> - список библиотек мира в Сети

<http://ipl.sils.umich.edu> - публичная библиотека Интернет

<http://www.riis.ru> – Международная образовательная ассоциация. Задачи – содействие развитию образования в различных областях

fizmatlit.narod.ru/webrrary/ - Интернет-библиотека Издательства Физико-математической литературы

<http://www.knigafund.ru> - Электронно-библиотечная система "КнигаФонд"

Кроме этого в освоении дисциплины студентам помогут:

- библиотечный фонд библиотеки ТГПУ
- рабочая программа по дисциплине
- учебные тексты, предлагаемые студентам в ходе занятия
- научные статьи,
- Федеральный государственный образовательный стандарт,
- учебный план,
- учебно-методический комплекс дисциплины.

6.4 Материально-техническое обеспечение дисциплины.

Учебные классы, оборудованные мультимедийным комплексом и выходом в глобальное информационное пространство.

№ п/п	Наименование раздела (темы) учебной дисциплины	Наименование материалов обучения, пакетов программного обучения	Наименование технических и аудиовизуальных средств, используемых с целью демонстрации материалов
1.	Понятие дифференциальных уравнений	Проблемные лекции, презентации, демонстрации, моделирование, конструирование, решение задач, тренинг, тестирование, коллоквиум	Компьютер, проектор, интерактивная доска прямой и обратной проекции, доска SMART Board, программное обеспечение SMART Notebook для интерактивных досок, Интернет-ресурсы, сетевые ресурсы
2	Дифференциальные уравнения первого порядка	Проблемные лекции, презентации, демонстрации, моделирование, конструирование, решение задач, тренинг, тестирование, коллоквиум	Компьютер, проектор, интерактивная доска прямой и обратной проекции, доска SMART Board, программное обеспечение SMART Notebook для интерактивных досок, Интернет-ресурсы, сетевые ресурсы
3	Дифференциальные уравнения высших порядков	Проблемные лекции, презентации, демонстрации, моделирование, конструирование, решение задач, тренинг, тестирование, коллоквиум	Компьютер, проектор, интерактивная доска прямой и обратной проекции, доска SMART Board, программное обеспечение SMART Notebook для интерактивных досок, Интернет-ресурсы, сетевые ресурсы
4	Системы дифференциальных уравнений	Проблемные лекции, презентации, демонстрации, моделирование, конструирование, решение задач, тренинг, тестирование, коллоквиум	Компьютер, проектор, интерактивная доска прямой и обратной проекции, доска SMART Board, программное обеспечение SMART Notebook для интерактивных досок, Интернет-ресурсы, сетевые ресурсы
5	Приложения дифференциальных уравнений к решению задач математики и физики	Проблемные лекции, презентации, демонстрации, моделирование, конструирование, решение задач, тренинг, тестирование, коллоквиум	Компьютер, проектор, интерактивная доска прямой и обратной проекции, доска SMART Board, программное обеспечение SMART Notebook для интерактивных досок, Интернет-ресурсы, сетевые ресурсы

7. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины.

7.1 Методические рекомендации преподавателю:

1. Изучив глубоко содержание учебной дисциплины, целесообразно разработать матрицу наиболее предпочтительных методов обучения и форм самостоятельной работы студентов, адекватных видам лекционных и практических занятий.

2. Необходимо предусмотреть развитие форм самостоятельной работы, выводя студентов к завершению изучения учебной дисциплины на её высший уровень.

3. В начале семестра желательно обсудить со студентами форму самостоятельной работы, обсудить критерий ее оценивания. Пакет заданий для самостоятельной работы можно выдавать в начале семестра, определив предельные сроки их выполнения и сдачи. Задания для самостоятельной работы желательно составлять из обязательной и факультативной частей.

1. Организуя самостоятельную работу, необходимо постоянно обучать студентов методам такой работы.

2. Вузовская лекция – главное звено дидактического цикла обучения. Её цель – формирование у студентов ориентировочной основы для последующего усвоения материала методом самостоятельной работы. Содержание лекции должно отвечать следующим дидактическим требованиям:

-изложение материала от простого к сложному, от известного к неизвестному;

-логичность, четкость и ясность в изложении материала;

-возможность проблемного изложения, дискуссии, диалога с целью активизации деятельности студентов;

-опора смысловой части лекции на подлинные факты, события, явления, статистические данные;

-тесная связь теоретических положений и выводов с практикой и будущей профессиональной деятельностью студентов.

Преподаватель, читающий лекционные курсы в вузе, должен знать существующие в педагогической науке и используемые на практике варианты лекций, их дидактические и воспитывающие возможности, а также их методическое место в структуре процесса обучения.

При изложении материала важно помнить, что почти половина информации на лекции передается через интонацию. Учитывать тот факт, что первый кризис внимания студентов наступает на 15-20-й минутах, второй – на 30-35-й минутах. В профессиональном общении исходить из того, что восприятие лекций студентами младших и старших курсов существенно отличается по готовности и умению.

Внедрение интерактивных форм обучения – одно из важнейших направлений совершенствования подготовки студентов в современном вузе. Учебный процесс, опирающийся на использование интерактивных методов обучения, организуется с учетом включенности в процесс познания всех студентов группы без исключения. Совместная деятельность означает, что каждый вносит свой особый индивидуальный вклад, в ходе работы идет обмен знаниями, идеями, способами деятельности. Организуются индивидуальная, парная и групповая работа, используется проектная работа, осуществляется работа с различными источниками информации. Интерактивные методы основаны на принципах взаимодействия, активности обучаемых, опоре на групповой опыт, обязательной обратной связи. Создается среда образовательного общения, которая характеризуется открытостью, взаимодействием участников, равенством их аргументов, накоплением совместного знания, возможностью взаимной оценки и контроля. Виды таких занятий могут быть разнообразны: обсуждение студентами проектов курсовых работ, рефератов, разбор нестандартных задач, проектно-исследовательская деятельность с защитой работ и т.д. В рамках данного курса

возможны подготовленные встречи с ведущими преподавателя ТГПУ и других университетов, а также встречи с ведущими учеными с обсуждением актуальных вопросов современной математики, решением нестандартных задач.

При проведении аттестации студентов важно всегда помнить, что систематичность, объективность, аргументированность – главные принципы, на которых основаны контроль и оценка знаний студентов. Проверка, контроль и оценка знаний студента, требуют учета его индивидуального стиля в осуществлении учебной деятельности. Знание критериев оценки знаний обязательно для преподавателя и студента.

Рекомендации к изучению отдельных тем курса:

Дифференциальные уравнения первого порядка: особое внимание следует обратить на задачу Коши, на различные типы дифференциальных уравнений первого порядка и их решение: с разделяющимися переменными, линейные дифференциальные уравнения, уравнение Бернулли, однородное уравнение.

Дифференциальные уравнения высших порядков: особое внимание следует обратить на уравнения, допускающие понижение порядка, неполные дифференциальные уравнения, линейные однородные и неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами, на использование дифференциальных уравнений в различных областях знаний.

Преподаватель должен рекомендовать студентам изучать разделы дисциплины путем прослушивания и конспектирования лекций и материалов практических занятий, а также путем самостоятельной работы с рекомендуемой учебной основной и дополнительной литературой, при необходимости использовать методические пособия и рекомендации, разработанные преподавателями кафедры математического анализа и дополнительные электронные ресурсы, представленные в научной библиотеке ТГПУ. Преподавателям рекомендуется использовать дополнительную методическую литературу, в частности: Куваев М.Р. Методика преподавания математики в вузе./ Под ред. Н.Ф.Пестовой.- Томск: Изд-во ТГУ.-1990.

7.2 Методические рекомендации для студентов.

Студентам предлагается использовать указанную литературу и методические рекомендации, разработанные сотрудниками кафедры математического анализа ТГПУ для более прочного усвоения учебного материала, изложенного на лекциях, а также для изучения материала, запланированного для самостоятельной работы. Студентам необходимо выполнить индивидуальные задания по основным темам курса. Задания, вынесенные на самостоятельную работу, проверяются преподавателем в течение семестра. Оценки за индивидуальные задания и самостоятельную работу учитываются при выставлении зачета.

Целью самостоятельной работы, т.е. работы, выполняемой студентами во внеаудиторное время по заданию и руководству преподавателя является глубокое понимание и усвоение курса лекций и практических занятий, подготовка к выполнению контрольных работ, к выполнению семестрового задания, к сдаче зачета, овладение профессиональными умениями и навыками деятельности, опытом творческой, исследовательской деятельности.

Для успешной подготовки и сдачи зачета необходимо проделать следующую работу:

1. Изучить теоретический материал, относящийся к каждому из разделов.
2. Выработать устойчивые навыки в решении типовых практических заданий.
3. Выполнить контрольные работы, проводимые в течение семестра.

Дополнительная литература для более детального изучения тем дисциплины:
Демидович Б. П., Моденов В. П. Дифференциальные уравнения: Учебное пособие. 3-е изд., стер./ Б.П. Демидович, В.П. Моденов. — СПб.: «Лань».- 2008.

- Егоров А.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями. 2-е изд., испр./А.И.Егоров. - М.: ФИЗМАТЛИТ.- 2005.
- Матвеев Н. М. Дифференциальные уравнения: Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по физ.-мат. спец./Н.М Матвеев.— М.: Просвещение,.-1988.
- Филиппов А. Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений: Учебник. Изд. 2-е, испр./А.Ф.Филиппов.- М.: КомКнига.-2007.

8. Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

5.1. Тематика рефератов:

1. Линейные уравнения второго порядка.
2. Линейные уравнения второго порядка с дискретным временем.
3. Фазовый портрет и бифуркации.
4. Системы линейных уравнений и резонанс.
5. Резонанс.
6. Законы Кеплера и движение в потенциале Ньютона.
7. 2-й закон Кеплера и сохранение момента количества движения.
8. Гамильтоновы системы и вариационные принципы.
9. Движение в одномерном потенциале.
10. Математический и физический маятник.
11. Линейные системы, сохраняющие положительность, и возрастание энтропии.
12. Нелинейные системы и возрастание энтропии.
13. Дискретные уравнения и возрастание энтропии.
14. Устойчивые особые точки.
15. Уравнения с частными производными первого порядка и уравнения неразрывности.

8.2. Вопросы и задания для самостоятельной работы:

1. Линейные уравнения второго порядка в резонансе и без него.
2. Линейные уравнения второго порядка с дискретным временем.
3. Фазовый портрет и бифуркации
4. Системы линейных уравнений и резонанс.
5. Резонанс.
6. Законы Кеплера и движение в потенциале Ньютона.
7. 2-й закон Кеплера и сохранение момента количества движения.
8. Гамильтоновы системы и вариационные принципы.
9. Движение в одномерном потенциале.
10. Математический и физический маятник.
11. Линейные системы, сохраняющие положительность, и возрастание энтропии.
12. Нелинейные системы и возрастание энтропии.
13. Дискретные уравнения и возрастание энтропии.
14. Устойчивые особые точки.
15. Решить уравнение $x^2 y' = y(x + y)$;
16. Решить уравнение $(x + 2y^3)y' = y$;
17. Решить уравнение $(2xy^2 - y)dx + xdy = 0$;
18. Решить уравнение $yy' = 4x + 3y - 2$.
19. Решить уравнение $y(x + y)dx + (xy + 1)dy = 0$;
20. Решить уравнение $y(y^2 + 1)dx + x(y^2 - x + 1)dy = 0$;

21. Решить уравнение $xy'^2 = y(2y' - 1)$;
22. Решить уравнение $y'^2 - y'^3 = y^2$.

8.3. Вопросы для самопроверки.

1. Дать определение обыкновенного дифференциального уравнения.
2. Какие ещё дифференциальные уравнения, кроме обыкновенного, вы знаете?
3. Что такое дифференциальное уравнение, разрешённое относительно старшей производной?
4. Что такое область задания дифференциального уравнения?
5. Что такое порядок дифференциального уравнения?
6. Дать определение решения дифференциального уравнения.
7. Что такое интервал задания решения?
8. Дать определение линейного дифференциального уравнения первого порядка.
9. Что такое однородное линейное уравнение?
10. Какое уравнение называется неоднородным линейным уравнением?
11. Сформулировать и доказать теорему существования и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения первого порядка. Почему эту теорему называют глобальной?
12. Как решается линейное уравнение первого порядка (привести два способа решения: метод интегрирующего множителя и метод вариации произвольной постоянной)?
13. Дать определение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
14. Привести метод решения дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
15. Сформулировать задачу Коши для уравнения с разделяющимися переменными.
16. Что такое уравнение в дифференциалах?
17. Дать определение решения уравнения в дифференциалах.
18. Сформулировать и доказать теорему существования и единственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения с разделяющимися переменными. Почему эта теорема называется локальной?
19. Привести пример неединственности решения задачи Коши для дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
20. Привести пример дифференциального уравнения с взрывающимся решением.
21. Дать определение интегральной кривой.
22. Что такое поле направлений?
23. В чём заключается геометрический смысл дифференциального уравнения первого порядка?
24. Какова геометрическая интерпретация решения системы дифференциальных уравнений?
25. В чём заключается геометрический смысл системы дифференциальных уравнений?
26. В чём заключается метод ломаных Эйлера? Привести итерационную формулу.
27. Сформулировать теорему о сходимости метода Эйлера.
28. Дать определение уравнения в полных дифференциалах.
29. Дать определение потенциала.
30. Дать определение задачи Коши для уравнения в дифференциалах.
31. Сформулировать и доказать теорему существования и единственности решения задачи Коши для уравнения в полных дифференциалах.
32. Сформулировать и доказать теорему о необходимом и достаточном условиях для

уравнения в полных дифференциалах.

33. Что такое интегрирующий множитель?
34. Вывести уравнение для нахождения интегрирующего множителя.
35. Выписать уравнения для интегрирующего множителя, зависящего от x ; только от y ; только от функции этих переменных.
36. Дать определение линейного однородного дифференциального уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.
37. Сформулировать задачу Коши для линейного однородного дифференциального уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами
38. Записать линейное однородное дифференциальное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами в операторной форме.
39. Что такое характеристическое уравнение?
40. Сформулировать и доказать теорему об общем решении в случае простых корней характеристического уравнения.
41. Сформулировать и доказать теорему об общем вещественном решении линейного однородного дифференциального уравнения с постоянными вещественными коэффициентами.
42. Сформулировать и доказать лемму о формуле смещения.
43. Сформулировать и доказать лемму о базисе.
44. Сформулировать и доказать теорему об общем решении в случае кратных корней характеристического уравнения.
45. Записать уравнения, описывающие движение гармонического осциллятора без трения и с трением.
46. Решить уравнения гармонического осциллятора без трения и с трением.
47. Дать определение неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.
48. Дать определение квазимногочлена.
49. Сформулировать свойства квазимногочленов.
50. Показать, что общее решение неоднородного линейного уравнения есть сумма общего решения однородного линейного уравнения и частного решения неоднородного уравнения.
51. Сформулировать и доказать теорему о виде частного решения в случае, когда правая часть - квазимногочлен.
52. Описать метод комплексных амплитуд для решения линейных дифференциальных уравнений с вещественными коэффициентами.
53. Сформулировать и доказать теорему, на которой основан метод комплексных амплитуд.
54. Решить уравнения, описывающие движения гармонического осциллятора под действием вынуждающей силы.
55. Что такое явление резонанса? Дать математическое определение резонанса.
56. Дать определение уравнения Эйлера.
57. С помощью какой замены уравнение Эйлера сводится к уравнению с постоянными коэффициентами?
58. Как можно объяснить выбор такой замены?
59. Сведите уравнение Эйлера к уравнению с постоянными коэффициентами.
60. Дать определение линейной нормальной однородной системы с постоянными коэффициентами.
61. Сформулировать и доказать теорему об общем решении в случае простых собственных значений.
62. Сформулировать и доказать теорему об общем решении в случае кратных собственных значений, рассмотрев диагонализируемые и недиагонализируемые матрицы.

6. Выбрать начальные условия для системы $\dot{x} = x\sqrt{1-y}$, $\dot{y} = ty^3$, при которых выполняются условия теоремы существования и единственности решения задачи Коши:

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 1) $x(0) = 0, y(0) = 0;$ | 2) $x(0) = 0, y(0) = 1;$ |
| 3) $x(1) = 0, y(1) = 0;$ | 4) $x(0) = 0, y(0) = 2.$ |

8.5. Перечень вопросов к зачету:

1. Основные понятия и геометрическая интерпретация обыкновенных дифференциальных уравнений (на примере ОДУ первого порядка).
2. Начальные условия и теорема существования и единственности решения ОДУ первого порядка.
3. Уравнения с разделяющимися переменными.
4. Однородное уравнение.
5. Уравнения, приводящиеся к однородным.
6. Линейное уравнение. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения.
7. Линейное уравнение. Метод вариации произвольной постоянной.
8. Линейное уравнение. Метод Бернулли.
9. Уравнение Бернулли.
10. Уравнение Рикатти.
11. Уравнение в полных дифференциалах. Схема решения уравнения.
12. Интегрирующий множитель.
13. Уравнение Лагранжа. Метод введения параметра.
14. Уравнение Клеро.
15. Геометрический смысл особого решения уравнения Клеро.
16. Уравнение, допускающее понижение порядка. Случай $y^{(n)}(x) = f(x)$.
17. Уравнение, допускающее понижение порядка. Случай $(x^2 y'' - y^2)' = x$.
18. Уравнение, допускающее понижение порядка. Случай $(x^2 y'' - y^2)' = x$.
19. Линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка. Теорема о структуре его общего решения.
20. Линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами.
21. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.
22. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Случай правой части специального вида $f(x) = P_n(x)e^{\lambda x}$.
23. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Случай правой части специального вида $f(x) = P_n(x)e^{\lambda x}$.
24. Основные понятия для системы дифференциальных уравнений.
25. Задача Коши для нормальной системы. Понятие об общем и частном решении.
26. Интегрирование систем дифференциальных уравнений путем сведения к одному

- уравнению высшего порядка.
27. Система линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
 28. Классификация линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных с двумя независимыми переменными и приведение их к каноническому виду.
 29. Метод Фурье интегрирования волнового уравнения.
 30. Интегрирование волнового уравнения методом Фурье.

8.6. Формы контроля самостоятельной работы.

Коллоквиумы, индивидуальные домашние задания, индивидуальные консультации по изучаемым темам, семинарские занятия, защита рефератов, выступления на студенческих конференциях, включение вопросов для самостоятельного изучения в вопросы зачета.

Рабочая программа учебной дисциплины составлена в соответствии с учебным планом, Федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению подготовки 050100.62 «Педагогическое образование».

Рабочая программа учебной дисциплины составлена
д.ф.-м.н., профессором кафедры математического анализа _____ П.М. Лавровым

Рабочая программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры
математического анализа,
протокол № ____ от ” ____ ” _____ 201__г

Заведующий кафедрой математического анализа _____ П.М.Лавров

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена методической комиссией физико-
математического факультета
протокол № ____ от ” ____ ” _____ 201__г

Председатель методической комиссии _____ З.А. Скрипко