

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Томский государственный педагогический университет»  
(ТГПУ)**

**УТВЕРЖДАЮ**

**И.о. декана ФМФ**

**Ю.К. Пенская**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Числовые системы**

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)  
Направленность (профили): Математика и Физика

Форма обучения: очная

Рабочая программа учебной дисциплины (модуля) утверждена на заседании кафедры математики, теории и методики обучения математике «01» сентября 2025 г.

Рабочая программа учебной дисциплины (модуля) одобрена учебно-методической комиссией факультета «01» сентября 2025 г.

**1. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ (ОП)**

|                   |                                                                                                |
|-------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Цикл (раздел) ОП: | Б1.О.08                                                                                        |
| <b>1.1</b>        | <b>Дисциплины (модули) и практики, содержательно связанные с данной дисциплиной (модулем):</b> |
| 1.1.1             | Преподавание в классах с углубленным изучением математики                                      |
| 1.1.2             | Методика обучения математике                                                                   |

**2. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОП**

| Код и наименование компетенции                                                                                                                                                     | Код и наименование индикатора достижения компетенций                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Планируемые результаты обучения                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ПК-1 Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач                                 | ИПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета)<br>ИПК-1.2 Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО<br>ИПК-1.3 Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные                   | <b>Знать:</b><br>основные понятия теории числовых систем; свойства аксиоматических теорий; различные модели систем $N, Z, Q, R, C$ ; общее представление о теории кватернионов и конечномерных алгебр над $R$ .<br><b>Уметь:</b><br>применять понятия и методы теории групп, колец, полей, теории упорядоченных алгебраических систем при построении моделей числовых систем; формулировать и доказывать основные теоремы курса «Числовые системы»<br><b>Владеть:</b><br>методами и приемами обучения по теме "Числовые системы" |
| ПК-3 Способен формировать развивающую образовательную среду для достижения личностных, предметных и метапредметных результатов обучения средствами преподаваемых учебных предметов | ИПК-3.1 Владеет способами интеграции учебных предметов для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)<br>ИПК-3.2 Использует образовательный потенциал социокультурной среды региона в преподавании (предмета по профилю) в учебной и во внеурочной деятельности                                                                                                             | <b>Знать:</b><br>личностные, предметные и метапредметные результаты обучения<br><b>Уметь:</b><br>формировать развивающую образовательную среду средствами данного курса<br><b>Владеть:</b><br>способами интеграции темы "Числовые системы" для организации развивающей учебной деятельности (исследовательской, проектной, групповой и др.)                                                                                                                                                                                      |
| УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач                                                | ИУК-1.1 Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления, аргументированно формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение<br>ИУК-1.2 Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности<br>ИУК-1.3 Анализирует источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений | <b>Знать:</b><br>особенности системного и критического мышления<br><b>Уметь:</b><br>аргументированно обосновывать собственное суждение<br><b>Владеть:</b><br>методами рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности                                                                                                                                                                                                                                                                                          |

**3. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ), СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ВИДАМ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ И ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ)**

| № п/п                                | Наименование разделов и тем /вид занятия/ | Семестр | Всего часов | ПП |
|--------------------------------------|-------------------------------------------|---------|-------------|----|
| Раздел 1. Аксиоматическая теория $N$ |                                           |         |             |    |

|                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |   |    |   |
|--------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|----|---|
| 1.1                                                                | Алгебраические системы с одной и двумя бинарными операциями. Гомоморфизм и изоморфизм.<br>Аксиоматика Пеано. Построение полукольца на множестве $\mathbb{N}$ . Введение порядка на $\mathbb{N}$ и его свойства. Метод математической индукции.<br>Теорема о существовании наименьшего и наибольшего элементов в подмножествах натуральных чисел.<br>Бесконечность множества натуральных чисел.<br>/Лек/                                                                                | 5 | 4  | – |
| 1.2                                                                | Аксиоматическая теория $\mathbb{N}$ /Пр/                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 5 | 8  | – |
| 1.3                                                                | Аксиоматическая теория $\mathbb{N}$ /Ср/                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 5 | 10 | – |
| <b>Раздел 2. Аксиоматические теории целых и рациональных чисел</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |   |    |   |
| 2.1                                                                | Упорядоченные множества и системы. Аксиоматическая теория целого числа. Свойства кольца целых чисел. Упорядочивание кольца $\mathbb{Z}$ . Непротиворечивость аксиоматической теории целых чисел.<br>Аксиоматическая теория рациональных чисел. Свойства рациональных чисел. Теорема о порядке поля рациональных чисел. Представление рациональных чисел десятичными дробями. Плотность поля рациональных чисел.<br>Непротиворечивость аксиоматической теории рациональных чисел. /Лек/ | 5 | 4  | – |
| 2.2                                                                | Аксиоматические теории целых и рациональных чисел /Пр/                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 5 | 6  | – |
| 2.3                                                                | Аксиоматические теории целых и рациональных чисел /Ср/                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 5 | 10 | – |
| <b>Раздел 3. Аксиоматическая теория действительных чисел</b>       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |   |    |   |
| 3.1                                                                | Различные подходы к определению системы действительного числа. Построение модели $\mathbb{R}$ по Вейерштрассу. Формулировка аксиоматической теории $\mathbb{R}$ . Теоремы о существовании супремума, извлечении корней. Свойства действительных чисел.<br>Непротиворечивость аксиоматической теории действительных чисел<br>/Лек/                                                                                                                                                      | 5 | 4  | – |
| 3.2                                                                | Аксиоматическая теория $\mathbb{R}$ /Пр/                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 5 | 8  | – |
| 3.3                                                                | Аксиоматическая теория $\mathbb{R}$ /Ср/                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 5 | 10 | – |
| <b>Раздел 4. Комплексные числа и кватернионы</b>                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |   |    |   |
| 4.1                                                                | Формулировка аксиоматической теории комплексного числа. Свойства поля $\mathbb{C}$ . О порядках на $\mathbb{C}$ . Модель $\mathbb{C}$ . Непротиворечивость аксиоматической теории комплексных чисел.<br>Кватернионы и их свойства /Лек/                                                                                                                                                                                                                                                | 5 | 2  | – |
| 4.2                                                                | Определение и примеры конечномерных алгебр на $\mathbb{R}$ . Теорема Фробениуса. Комплексные и гиперкомплексные числа (кватернионы, октавы). /Пр/                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | 5 | 4  | – |
| 4.3                                                                | Комплексные числа и кватернионы /Ср/                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 5 | 11 | – |

Примечание: ПП – практическая подготовка.

#### 4. ТРУДОЁМКОСТЬ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) ПО ВИДАМ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ, САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ОБУЧАЮЩИХСЯ И ФОРМАМ КОНТРОЛЯ

Объем в зачетных единицах: **3** з.е., в академических часах: **108** акад. час.

Формы контроля в семестрах:

**экзамены 5**

| Вид занятий              | Распределение по семестрам (в академических часах) |          |            |          |            |          |            |          |
|--------------------------|----------------------------------------------------|----------|------------|----------|------------|----------|------------|----------|
|                          | Итого                                              |          |            |          | 5          |          |            |          |
|                          | РУП                                                |          | РПД        |          | РУП        |          | РПД        |          |
|                          | Всего                                              | ПП       | Всего      | ПП       | Всего      | ПП       | Всего      | ПП       |
| Лекции                   | 14                                                 | –        | 14         | –        | 14         | –        | 14         | –        |
| Практические занятия     | 26                                                 | –        | 26         | –        | 26         | –        | 26         | –        |
| Самостоятельная работа   | 41                                                 | –        | 41         | –        | 41         | –        | 41         | –        |
| Промежуточная аттестация | 27                                                 | –        | 27         | –        | 27         | –        | 27         | –        |
| <b>Итого часов</b>       | <b>108</b>                                         | <b>–</b> | <b>108</b> | <b>–</b> | <b>108</b> | <b>–</b> | <b>108</b> | <b>–</b> |

#### 5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

##### 5.1. Учебная литература \*

| № п/п | Автор(ы), составитель(и) | Заглавие | Издательство, год, количество страниц |
|-------|--------------------------|----------|---------------------------------------|
|-------|--------------------------|----------|---------------------------------------|

|   |                                 |                                                                                                                                                                                                |                                       |
|---|---------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|
| 1 | Ларин С. В.                     | Числовые системы: учебное пособие                                                                                                                                                              | Москва: Академия, 2001. – 157, [1] с. |
| 2 | Смолин Ю. Н.                    | Числовые системы: учебное пособие : электронный ресурс ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&amp;id=54576">https://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&amp;id=54576</a> ) | Москва: Флинта, 2009. – 112 с.        |
| 3 | Забарина А. И.,<br>Фомина Е. А. | Теория чисел : об одной классификации множества R: учебно-методическое пособие                                                                                                                 | Томск: Изд-во ТГПУ, 2012. – 15 с.     |

### 5.2. Перечень электронных образовательных ресурсов, современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, необходимых для освоения учебной дисциплины (модуля) \*

|   |                                                                                                                    |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Математический портал «Вся математика в одном месте» ( <a href="http://www.allmath.ru">http://www.allmath.ru</a> ) |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

### 5.3. Перечень программного обеспечения (лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в т.ч. отечественного производства), используемого при осуществлении образовательного процесса по учебной дисциплине (модулю)

|   |                                                                                                                                                                                                           |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1 | Стандартный офисный пакет<br>Свободно распространяемое и/или проприетарное (коммерческое) программное обеспечение, включающее текстовый процессор, табличный процессор, программу подготовки презентаций. |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

\* Примечание к разделу.

Дата обращения к электронным учебным изданиям (включая электронные издания из электронных библиотечных систем), электронным образовательным ресурсам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам совпадает с датой утверждения рабочей программы учебной дисциплины (модуля).

## 6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

### 6.1. Учебная аудитория для проведения:

- занятий лекционного типа,
- занятий семинарского (практического) типа,
- групповых и индивидуальных консультаций,
- текущего контроля и промежуточной аттестации.

#### ОСНАЩЕНИЕ:

Учебная аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории, для проведения занятий лекционного типа, практических занятий (семинарского типа), курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Для проведения занятий лекционного типа обучающимся предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядные пособия, обеспечивающие тематические иллюстрации.

### 6.2. Помещения для самостоятельной работы обучающихся.

#### ОСНАЩЕНИЕ:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, оснащенные учебной мебелью. Рабочие места обучающихся оборудованы компьютерной техникой и подключены в локальную вычислительную сеть, в т.ч. с использованием беспроводного Wi-Fi подключения, с возможностью выхода в глобальную сеть Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду.

#### ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

Комплект свободно распространяемого программного обеспечения или проприетарного (коммерческого) программного обеспечения, включая

- браузер,
- просмотрщики pdf- и djvu-файлов,
- офисный пакет (в т.ч. текстовый процессор, табличный процессор, программа подготовки презентаций).

### 6.3. Помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

## 7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 7.1. Методические рекомендации для обучающихся по освоению учебной дисциплины (модуля)

Обучающимся рекомендуется после лекции самостоятельно проработать полученный материал, отмечая непонятные места. С вопросами нужно обращаться к преподавателю на консультации или следующей лекции.

Некоторые лекции будут носить обзорный характер. В этом случае обучающиеся должны провести самостоятельную работу по дополнению лекции необходимым материалом (восстановить доказательство, рассмотреть частные случаи, привести примеры или контрпримеры и т.д.).

После каждого практического занятия обучающиеся получают задание для самостоятельной работы, обязательное для выполнения.

Контроль за выполнением самостоятельной работы преподаватель осуществляет на практических занятиях и консультациях.

Выполнение самостоятельных работ влияет на оценку на экзамене.

В течение семестра в процессе учебной работы предусмотрен текущий контроль успеваемости, который осуществляется в виде тестовых заданий.

**8. ОЦЕНОЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО  
КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ  
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

Представлены в Приложении.

Рабочая программа учебной дисциплины (модуля) составлена в соответствии с учебным планом, федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Разработчик(и) рабочей программы учебной дисциплины (модуля):

*Забарина Анна Ивановна, к. физ.-мат. н., доцент*

*Ксенева Вера Николаевна, к. пед. н., доцент*

*Фомина Елена Анатольевна, к. физ.-мат. н., доцент*

**ОЦЕНОЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО  
КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ  
ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**Числовые системы**

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профили): Математика и Физика

Форма обучения: очная