

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Томский государственный педагогический университет»
(ТГПУ)**

УТВЕРЖДАЮ

И.о. декана ФМФ

Ю.К. Пенская

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Численные методы

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профили): Математика и Информатика

Форма обучения: очная

Рабочая программа учебной дисциплины (модуля) утверждена на заседании кафедры математики, теории и методики обучения математике «01» сентября 2025 г.

Рабочая программа учебной дисциплины (модуля) одобрена учебно-методической комиссией факультета «01» сентября 2025 г.

1. МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ (ОП)

Цикл (раздел) ОП:	Б1.О.08
1.1	Дисциплины (модули) и практики, содержательно связанные с данной дисциплиной (модулем):
1.1.1	Компьютерное моделирование

2. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОП

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенций	Планируемые результаты обучения
ПК-1 Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ИПК-1.1 Знает структуру, состав и дидактические единицы предметной области (преподаваемого предмета) ИПК-1.2 Умеет осуществлять отбор учебного содержания для его реализации в различных формах обучения в соответствии с требованиями ФГОС ОО ИПК-1.3 Демонстрирует умение разрабатывать различные формы учебных занятий, применять методы, приемы и технологии обучения, в том числе информационные	Знать: алгоритм используемого для решения метода и его математический аппарат; типизацию задач и различные методы их решения; строение дисциплины «Численные методы» и связь между отдельными ее разделами Уметь: применять теоретический материал к решению вычислительных задач, обосновывать выбор метода; решать типовые задачи в указанной предметной области; составлять элементарные программы для решения математических и физических задач с помощью изученных методов; применять полученные знания по курсу «Численные методы» при изучении других математических дисциплин, а также в школьном курсе математики Владеть: терминологией предметной области дисциплины «Численные методы»

3. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ), СТРУКТУРИРОВАННОЕ ПО ВИДАМ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ И ПО ТЕМАМ (РАЗДЕЛАМ)

№ п/п	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр	Всего часов	ПП
Раздел 1. Введение				
1.1	Вычислительная математика. Основные разделы вычислительной математики. История развития прикладной математики. Математические модели. /Лек/	9	1	–
Раздел 2. Теория погрешностей				
2.1	Основы теории погрешностей /Лаб/	9	2	–
2.2	Теория погрешностей. /Ср/	9	2	–
Раздел 3. Решение нелинейных уравнений				
3.1	Способы отделения корней (аналитический, графический, машинный). Метод деления пополам. Итерационные методы. Обоснование сходимости итерационного процесса, оценка точности. Метод хорд, метод Ньютона, комбинированный метод. /Лек/	9	1	–
3.2	Отделение корней уравнения (аналитический, графический способы). Отделение корней уравнения машинным методом. Метод половинного деления. Метод хорд. Метод Ньютона. Комбинированный метод. /Лаб/	9	6	–
3.3	Различные способы решения нелинейных уравнений. /Ср/	9	2	–
Раздел 4. Интерполяция				
4.1	Интерполяционный многочлен Лагранжа и его погрешность. Конечные разности и их свойства. Интерполяционные многочлены Ньютона. /Лек/	9	2	–

4.2	Формула Лагранжа и её погрешность. Вычисление таблицы конечных разностей. Первая и вторая формулы Ньютона. /Лаб/	9	4	–
4.3	Обратное интерполирование. Многочлены Чебышева. /Ср/	9	4	–
Раздел 5. Численное дифференцирование и интегрирование				
5.1	Формулы численного дифференцирования. Квадратурные формулы Ньютона - Котеса. Формула трапеций. Формула Симпсона. /Лек/	9	2	–
5.2	Обобщенная формула трапеции. Формула Симпсона. /Лаб/	9	4	–
5.3	Квадратурные формулы Чебышева и Гаусса. /Ср/	9	4	–
Раздел 6. Вычислительные методы алгебры				
6.1	Решение систем линейных уравнений. Прямые и итерационные методы (метод Гаусса, метод главных элементов, метод простой итерации). /Лек/	9	2	–
6.2	Решение системы методом Гаусса с выбором главных элементов. Приведение системы к нормальному виду и решение её методом итераций. /Лаб/	9	2	–
6.3	Обращение матрицы. Нахождение собственных значений и векторов матрицы. Понятие о методе Ньютона решения систем нелинейных уравнений. /Ср/	9	4	–
Раздел 7. Методы наилучшего приближения				
7.1	Метод наименьших квадратов. Линейное аппроксимирование. Нахождение приближающей функции в виде степенной, показательной дробно - рациональной. /Лек/	9	2	–
7.2	Линейное аппроксимирование по методу наименьших квадратов. Метод наименьших квадратов (аппроксимирование в виде степенной, показательной дробно – рациональной функциями). /Лаб/	9	2	–
Раздел 8. Обработка экспериментальных данных				
8.1	Метод статистической обработки опытных данных. /Лаб/	9	4	–
8.2	Основные определения статистики и их применение /Ср/	9	4	–
Раздел 9. Метод Монте-Карло				
9.1	Идея метода Монте-Карло. Вычисление площади произвольной фигуры. Вычисление интегралов методом Монте-Карло. Решение систем уравнений методом Монте-Карло. /Лек/	9	2	–
9.2	Вычисление интегралов методом Монте-Карло. Вычисление "пи" и площади произвольной фигуры методом Монте-Карло. Вычисление площади фигуры методом Монте-Карло. /Лаб/	9	4	–
9.3	Вычисление площади фигуры методом Монте-Карло. /Ср/	9	2	–
Раздел 10. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений				
10.1	Решение дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов. Метод Пикара. Понятие устойчивости. Пример плохой обусловленности. Задача Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера. /Лек/	9	2	–
10.2	Приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: с помощью степенных рядов, методом Пикара. Метод Эйлера. Первая модификация метода Эйлера. Вторая модификация метода Эйлера. /Лаб/	9	4	–
10.3	Метод Рунге-Кутты. /Ср/	9	4	–

Примечание: ПП – практическая подготовка.

4. ТРУДОЁМКОСТЬ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) ПО ВИДАМ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ, САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЕ ОБУЧАЮЩИХСЯ И ФОРМАМ КОНТРОЛЯ

Объем в зачетных единицах: 2 з.е., в академических часах: 72 акад. час.

Формы контроля в семестрах:

зачеты 9

Вид занятий	Распределение по семестрам (в академических часах)							
	Итого				9			
	РУП		РПД		РУП		РПД	
	Всего	ПП	Всего	ПП	Всего	ПП	Всего	ПП
Лекции	14	–	14	–	14	–	14	–
Лабораторные работы	32	–	32	–	32	–	32	–
Самостоятельная работа	26	–	26	–	26	–	26	–
Итого часов	72	–	72	–	72	–	72	–

5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

5.1. Учебная литература *

№ п/п	Автор(ы), составитель(и)	Заглавие	Издательство, год, количество страниц
1	Разина Г.К.	Численные методы. Ч.1.: методические указания	Томск: Изд-во ТГПУ, 2006. – 43 с.
2	Разина Г. К.	Численные методы : Ч. 2: методические указания	Томск: Изд-во ТГПУ, 2007. – 34, [1] с.
3	Разина Г. К.	Численные методы : Ч. 3: методические указания	Томск: Изд-во ТГПУ, 2007. – 38 с.
4	Разина Г. К.	Численные методы : Ч. 5: методические указания	Томск: Изд-во ТГПУ, 2011. – 35 с.
5	Разина Г. К.	Численные методы : Ч. 4: методические указания	Томск: Изд-во ТГПУ, 2009. – 31 с.
6	Долганова Н. Ф.	Вычислительная геометрия: учебное пособие : электронный ресурс (http://fulltext.tspu.ru/LA/m2017-08.pdf)	Томск: Изд-во ТГПУ, 2017. – 100 с.
7	Разина Г. К.	Численное интегрирование: методические указания	Томск: Изд-во ТГПУ, 2003. – 27 с.
8	Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М.	Численные методы: учебное пособие для вузов	Москва: Бином. Лаборатория знаний, 2007. – 636 с.

5.2. Перечень электронных образовательных ресурсов, современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, необходимых для освоения учебной дисциплины (модуля) *

1	архив электронных препринтов по физике, математике и компьютерным наукам. (http://arxiv.org/)
2	Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов (http://fcior.edu.ru/)

5.3. Перечень программного обеспечения (лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в т.ч. отечественного производства), используемого при осуществлении образовательного процесса по учебной дисциплине (модулю)

1	Стандартный офисный пакет Свободно распространяемое и/или проприетарное (коммерческое) программное обеспечение, включающее текстовый процессор, табличный процессор, программу подготовки презентаций.
---	---

* Примечание к разделу.

Дата обращения к электронным учебным изданиям (включая электронные издания из электронных библиотечных систем), электронным образовательным ресурсам, современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам совпадает с датой утверждения рабочей программы учебной дисциплины (модуля).

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

6.1. Учебная аудитория для проведения:

- занятий лекционного типа,
- групповых и индивидуальных консультаций,
- текущего контроля и промежуточной аттестации.

ОСНАЩЕНИЕ:

Учебная аудитория, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории, для проведения занятий лекционного типа, практических занятий (семинарского типа), курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Для проведения занятий лекционного типа обучающимся предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядные пособия, обеспечивающие тематические иллюстрации.

- 6.2. Учебная аудитория для проведения:
– занятий семинарского (лабораторного) типа.

ОСНАЩЕНИЕ:

Учебная аудитория, оснащенная учебной мебелью и презентационным оборудованием. Рабочие места обучающихся и преподавателя оборудованы компьютерной техникой и подключены в локальную вычислительную сеть.

- 6.3. Помещения для самостоятельной работы обучающихся.

ОСНАЩЕНИЕ:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, оснащенные учебной мебелью. Рабочие места обучающихся оборудованы компьютерной техникой и подключены в локальную вычислительную сеть, в т.ч. с использованием беспроводного Wi-Fi подключения, с возможностью выхода в глобальную сеть Интернет и с доступом в электронную информационно-образовательную среду.

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ:

Комплект свободно распространяемого программного обеспечения или проприетарного (коммерческого) программного обеспечения, включая

- браузер,
- просмотрщики pdf- и djvu-файлов,
- офисный пакет (в т.ч. текстовый процессор, табличный процессор, программа подготовки презентаций).

- 6.4. Помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

7.1. Методические рекомендации для обучающихся по освоению учебной дисциплины (модуля)

По курсу «Численные методы» обучающиеся должны прослушать лекции, самостоятельно проработать теоретические вопросы и выполнить лабораторные работы, которые проходят в компьютерных классах. По данному курсу опубликовано семь методических разработок, в которых кроме изложения теории, рассмотрены примеры и приведены программы на языке Паскаль. Каждая тема заканчивается контрольными вопросами, с помощью которых обучающийся самостоятельно проверяет глубину усвоения соответствующей темы. Особенно это важно для тем, которые полностью вынесены на самостоятельное изучение.

Для получения допуска к экзамену, обучающимся необходимо выполнить индивидуальные задания, пройти устный опрос теории по темам лабораторных занятий и сдать итоговый тест. При отсутствии задолженностей обучающийся имеет возможность получить экзамен «автоматом».

1. Теория погрешностей. Теория погрешностей вынесена полностью на самостоятельное изучение обучающихся. В этой теме они должны обратить внимание на источники и классификации погрешностей, а так же на понятие – верная цифра и связь количества верных цифр с относительной погрешностью числа. Дополнительно к основным вопросам обучающиеся могут рассмотреть, что происходит с погрешностью при умножении приближенного числа на точный множитель, а так же какая проблема возникает при вычитании близких чисел и каким образом можно решить эту проблему.

2. Решение нелинейных уравнений. При изучении методов решения уравнений с одним неизвестным обучающиеся должны обратить внимание на то, что не только большинство трансцендентных уравнений не имеют формулы решений, но и алгебраические уравнения степень, которых выше четырех. Они должны обратить особое внимание на то, что методы отделения корней не являются универсальными, зависят от вида уравнения. Обучающиеся должны их выбирать самостоятельно и уметь обосновать свой выбор.

3. Интерполяция. Формула погрешности интерполирования содержит производную $(n+1)$ порядка от исходной функции. Обучающиеся должны найти эту производную и определить её максимальное значение на заданном интервале. При решении этой задачи у них есть выбор – решить её аналитически или с помощью вычислений на компьютере. Для контроля вычислений необходимо проверить значения интерполяционного многочлена в узловых точках, они должны точно совпадать со значениями исходной функции в узлах, и только после этого он может использовать интерполяционный многочлен для произвольных точек.

4. Численное дифференцирование и интегрирование. При изучении численного дифференцирования обучающийся должен обратить внимание на то, что данная задача является некорректной. Решение этой задачи опирается на интерполирование, в котором мера близости приближающей функции – это совпадение в узлах с исходной функцией, что, ещё не гарантирует близости на этом отрезке их производных, т.е. малого расхождения угловых коэффициентов касательных к рассматриваемым кривым при одинаковых значениях аргумента.

При изучении численного интегрирования обучающиеся должны научиться выводить квадратурные формулы для произвольного n , а затем рассмотреть их частные случаи. Дополнительно в этой теме обучающиеся должны научиться вычислять коэффициенты Котеса при различных значениях n .

5. Вычислительные методы алгебры. Методы решения алгебраических задач разделяются на прямые, итерационные и вероятностные. Обучающиеся должны изучить три метода решения систем линейных алгебраических уравнений: метод главных элементов, метод итерации и метод Монте-Карло. Они должны решить одну и ту же систему разными методами и сравнить полученные результаты, оценить достоинства каждого метода.

6. Методы наилучшего приближения. Обучающиеся должны знать, каким образом получается эмпирическая формула. Они должны обратить внимание на отличие приближения функции по методу наименьших квадратов от приближения функции методом интерполирования. Обучающиеся должны знать, каким образом строится приближающая функция в виде различных элементарных функций.

7. Обработка экспериментальных данных. В методе статистической обработки опытных данных обучающиеся должны ясно представлять цель статистической обработки. Они должны уметь объяснить значение величин D , S , C . C

какой целью эти величины введены, что характеризуют и в каких единицах измеряются по отношению к единицам измерения исходного массива.

8. Метод Монте-Карло. Обучающиеся должны обратить внимание на математическое обоснование метода Монте-Карло. Они должны уметь объяснить сходимость последовательности по вероятности, чем отличается детерминированный алгоритм от недетерминированного метода. Обучающиеся должны понимать, что для решения одной и той же конкретной задачи схема применения метода может быть различной. Они должны обратить внимание на то, как меняется классический алгоритм вычисления кратных интегралов с увеличением кратности и, что происходит в этой ситуации с методом Монте-Карло

9. Методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Обучающиеся должны знать основные виды дифференциальных уравнений и методы их решения. Они должны представлять отличие приближенных методов от численных методов и то, в каком виде эти методы дают решение. Они должны знать условие, когда дифференциальное уравнение можно решить приближенным методом, когда численным методом.

**8. ОЦЕНОЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО
КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

Представлены в Приложении.

Рабочая программа учебной дисциплины (модуля) составлена в соответствии с учебным планом, федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Разработчик(и) рабочей программы учебной дисциплины (модуля):

Митрофанова Татьяна Геннадьевна, к.ф.-м.н., доцент

**ОЦЕНОЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО
КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

Численные методы

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Направленность (профили): Математика и Информатика

Форма обучения: очная