

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ТГПУ)



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б.3.В.06 «ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА»

ТРУДОЁМКОСТЬ (В ЗАЧЁТНЫХ ЕДИНИЦАХ) _____ 4 _____

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование

Профили подготовки: Математика и Информатика

Степень (квалификация) выпускника – бакалавр

Форма обучения: очная

1. Цели изучения учебной дисциплины

- формирование представления о месте и роли математики в современной науке;
- развитие логического мышления и способности оперировать абстрактными объектами, овладение техникой математических рассуждений и доказательств;
- формирование первичных навыков научного исследования и самостоятельной работы.

2. Место учебной дисциплины в структуре основной образовательной программы

Данная дисциплина относится к вариативной части математического и естественно-научного цикла. Она является неотъемлемой частью профессионального математического образования студента.

Для освоения данной дисциплины требуются математические знания, полученные в ходе изучения дисциплины «Алгебра».

Дисциплины, для успешного усвоения которых требуется изучение дисциплины «Дискретная математика и математическая логика»: «Абстрактная и компьютерная алгебра», «Исследование операций», «Теоретические основы информатики».

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Дискретная математика и математическая логика» направлен на формирование следующих компетенций:

- владение культурой мышления, способностью к обобщению, анализу и восприятию информации (ОК 1);
- способность использовать знания о современной естественнонаучной картине мира в образовательной и профессиональной деятельности (ОК 4);
- способность логически верно выстраивать устную и письменную речь (ОК 6);
- осознание социальной значимости своей будущей профессии (ОПК 1).

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

- основные понятия алгебры высказываний;
- основные понятия логики предикатов;
- основные понятия дискретной математики.

Уметь:

- применять булевы функции к релейно-контактным схемам;
- производить равносильные преобразования формул алгебры высказываний и логики предикатов.

Владеть:

- аппаратом математической логики и дискретной математики;
- навыками самостоятельной работы и умением находить и перерабатывать дополнительную информацию в прикладных задачах.

4. Общая трудоемкость дисциплины 4 зачётных единицы и виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (в соответствии с учебным планом) (час)	Распределение по семестрам (в соответствии с учебным планом) (час)
	144	4
Аудиторные занятия	72 (в том числе в интеракт. – 14)	72 (в том числе в интеракт. – 14)
Лекции	36	36
Практические занятия		
Семинары		

Лабораторные работы	36	36
Другие виды аудиторных работ		
Другие виды работы		
Самостоятельная работа	45	45
Курсовой проект (работа)		
Реферат		
Расчетно-графические работы		
Формы текущего контроля		
Формы промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом	27	Экзамен

5. Содержание программы учебной дисциплины

5.1. Содержание учебной дисциплины

№п/п	Наименование раздела дисциплины (темы)	Виды учебной работы (час) (в соответствии с учебным планом)					Сам. работа
		Всего	Лекции	Практ. (семинары)	Лабор. работы	В т.ч. интерактивные формы обучения (не менее 10%)	
1.	Алгебра высказываний	12	6	6		4	8
2.	Булевы функции	12	6	6		2	8
3.	Исчисление высказываний	12	6	6			8
4.	Логика предикатов	12	6	6		4	7
5.	Исчисление предикатов	12	6	6			7
6.	Элементы теории графов	12	6	6		4	7
ИТОГО:		72/ 2 з.ед.	36	36		14 / 19,4%	45

5.2. Содержание разделов учебной дисциплины

№	Тема	Содержание
1.	Алгебра высказываний	Высказывания и операции над ними. Формулы алгебры высказываний. Тавтологии алгебры высказываний. Логическая равносильность формул. Нормальные формы для формул алгебры высказываний. Логическое следование формул. Прямая и обратная теоремы. Необходимые и достаточные условия. Противоположная и обратная противоположной теоремы. Закон контрапозиции. Методы доказательства математических теорем. Решение логических задач.
2.	Булевы функции	Булевы функции от одного и двух аргументов. Булевы функции от n аргументов. Системы булевых функций. Применение булевых функций к релейно-контактным схемам.
3.	Исчисление высказываний	Система аксиом и теория формального вывода. Теорема дедукции. Полнота, непротиворечивость и разрешимость формализованного исчисления высказываний. Независимость системы аксиом исчисления высказываний.

4.	Логика предикатов	Понятие предиката. Классификация предикатов. Логические операции над предикатами. Кванторные операции над предикатами. Формулы логики предикатов. Равносильное преобразование формул и логическое следование формул логики предикатов. Проблемы разрешения для общезначимости и выполнимости формул.
5.	Исчисление предикатов	Язык формализованного исчисления предикатов. Система аксиом исчисления предикатов. Правила вывода. Непротиворечивость формализованного исчисления предикатов. Свойства аксиоматических теорий.
6.	Элементы теории графов	Определение графа. Терминология теории графов. Изоморфизм графов. Теорема о связи между степенями вершин графа и количеством рёбер графа. Матрица смежности, матрица инцидентности. Компоненты связности графа. Мосты. Виды графов: полные, двудольные, планарные, эйлеровы, деревья, ориентированные, взвешенные графы. Остов графа. Алгоритмы для нахождения минимального остова графа. Нахождение минимального пути во взвешенном графе. Раскраска графа.

5.3. Лабораторный практикум

Не предусмотрен

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы по дисциплине

6.1. Основная литература по дисциплине:

1. Забарина, А. И. Математическая логика: понятие и свойства предикатов : учебно-методическое пособие / А. И. Забарина, Г. Г. Пестов, Е. А. Фомина. – Томск : Издательство ТГПУ, 2015. – 72 с.
2. Игошин, В.И. Математическая логика и теория алгоритмов / В. И. Игошин. – 3-е изд., стереотип. – Москва : Академия, 2008. – 446 с.
3. Игошин, В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теория алгоритмов / В. И. Игошин. – 4-е изд., стереотип. – Москва : Академия, 2008. – 302 с.
4. Лихтарников, Л. М. Математическая логика : курс лекций : задачник-практикум и решения /Л. М. Лихтарников, Т. Г. Сукачева. – Санкт-Петербург : Лань, 2008. – 276 с.
5. Судоплатов, С.В. Дискретная математика : учебник для вузов / С. В . Судоплатов, Е. В. Овчинникова. – изд. 2-е, перераб. – Москва : ИНФРА-М, [и др.], 2009. – 255 с.

6.2. Дополнительная литература:

1. Гаврилов, Г. П. Задачи и упражнения по дискретной математике / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. – Изд. 3-е, перераб. – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 416 с.
2. Спирина, М. С. Дискретная математика : учебник для среднего профессионального образования / М. С. Спирина, П. А. Спирин. – 4-е изд., испр. – Москва : Академия, 2007. – 367с.

6.3. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

1. Математический интернет-портал «Вся математика»: <http://www.allmath.ru> .
2. Фонд знаний «Ломоносов» <http://www.lomonosov-fund.ru/enc/ru> .

6.4. Рекомендации по использованию информационных технологий, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

№ п/п	Наименование раздела (темы) учебной дисциплины	Наименование материалов обучения, пакетов программного обеспечения	Наименование технических и аудиовизуальных средств, используемых с целью демонстрации материалов
1	1, 2, 4, 6 (см. таб. 5.1)	Табличный процессор (Microsoft Office Excel). Набор электронных презентаций	Мультимедийный компьютерный класс с оснащением: мультимедиа-проектор, ноутбук, экран, акустическая система. Интерактивная доска, наличие локальной и глобальной сети.

7. Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины

7.1. Методические рекомендации для студентов

Математическая логика – это наука, в частности, которая учит, по каким законам из истинных утверждений можно всегда получать истинные утверждения. Другими словами, это наука о правильных рассуждениях. Очевидно, что умение правильно рассуждать пригодится любому человеку, независимо от выполняемой им профессиональной деятельности.

В данной дисциплине основные понятия – логического следования и логической равносильности. Они используются в ходе всего курса. Уделите достаточное количество времени освоению техники равносильных преобразований формул.

Для успешного усвоения материала традиционно предлагается придерживаться следующих рекомендаций.

На лекциях приветствуется активное участие студентов. Задавайте уточняющие вопросы по ходу лекции. Не забывайте прорабатывать лекционный материал, готовясь к практическим занятиям.

На практических занятиях будет часто предлагаться групповая форма работы. При этой форме работы задание разбирается небольшой группой студентов, а «защитить» задание может быть вызван любой из группы. Поэтому задача группы состоит ещё и в том, чтобы решение задания было понятно каждому участнику.

Помимо лекций и практических занятий по курсу каждую неделю проводится консультация, на которой можно разобрать непонятый на лекции материал или сдать домашнее задание.

Для самоконтроля вам предлагаются тестовые задания, для выполнения которых можно обратиться к материалам лекций или учебников.

7.2. Методические рекомендации преподавателю

Пользуясь словами М. В. Ломоносова, можно сказать, что математическая логика более чем какая-либо другая математическая наука ум в порядок приводит.

Курс дискретной математики и математической логики для студентов ФМФ педагогического вуза имеет своей целью изложить её основы. Студенты должны познакомиться с формализованным аксиоматическим методом построения математических теорий. Они должны освоить его основные части: язык, аксиомы, правила вывода. Им предстоит также познакомиться с проблемами непротиворечивости, полноты и разрешимости теорий.

Алгебра высказываний. Этот раздел посвящён изучению высказываний и операциям над ними. Строится язык алгебры высказываний, и выделяются тождественно истинные

формулы (тавтологии). Приводятся разные алгоритмы их распознавания. Ключевое понятие этого раздела – логическое следование.

Нужно выделить время для рассмотрения вопроса о применении алгебры высказываний к оценке правильности рассуждений и решению логических задач. Этот материал студенты смогут использовать в педагогической практике при подготовке ребят к различным олимпиадам, например, математическому конкурсу «Кенгуру».

Студенты должны знать основные законы логической равносильности, уметь распознавать тавтологии, владеть техникой равносильных преобразований.

Булевы функции. Эта тема является обобщением (и одним из приложений) темы алгебры высказываний. Понятие операций над высказываниями здесь рассматривается как некоторая функция с областью значений $\{0; 1\}$. В ходе этой темы можно опираться на знания, полученные студентами в ходе вводного курса математики, по теме «Отображение» («функция»). Понятие полноты системы булевых функций требует качественного усвоения понятия суперпозиции булевых функций. В качестве одного из приложений этой темы рассматривается применение булевых функций к релейно-контактным схемам.

Исчисление высказываний. Здесь исследуются понятие формализованной аксиоматической теории и её свойств. Студенты должны понять определения доказательства, теоремы, правил вывода. Ключевая теорема раздела – Теорема дедукции и следствия из неё. Необходимо не только освоить её доказательство, но выполнить достаточное количество заданий с её использованием.

Алгебра предикатов. Важным моментом этого раздела является обоснование необходимости расширения алгебры высказываний.

Студенты должны освоить понятие предиката, уметь приводить различные примеры предикатов как в математических, так и нематематических; совершать операции над предикатами, правильно использовать кванторы. Классификация формул алгебры предикатов.

Элементы теории графов. Такие темы дискретной математики, как «элементы теории множеств» и «бинарные отношения» рассмотрены в вводном курсе математики. Поэтому немногочисленные аудиторные часы рекомендуется посвятить изучению элементов теории графов. Эта тема, в большинстве случаев, не вызывает больших затруднений, вероятно, благодаря тому, что имеет хорошую геометрическую интерпретацию. Как правило, первые занятия по данной теме очень насыщены новой терминологией. Поэтому необходимо дать студентам к ней привыкнуть.

Данный курс реализуется посредством чтения лекций, проведения практических занятий и консультаций. С целью выработки у студентов навыков самостоятельной работы с литературой, некоторые вопросы излагаются в обзорном порядке. Предполагается, что отдельные выводы и доказательства будут проведены самостоятельно, с последующим отчетом на консультации.

8. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

8.1. Тематика рефератов

1. Аристотелевы силлогизмы.
2. Приложения теории булевых функций.
3. Теорема Поста о полноте системы булевых функций.
4. Общезначимые формулы алгебры предикатов: проблема разрешимости.
5. Выполнимые формулы алгебры предикатов: проблема разрешимости.
6. Теорема Гёделя о существовании модели.
7. Гамильтоновы графы.
8. Классические задачи теории графов.

8.2. Вопросы и задания для самостоятельной работы, в том числе групповой самостоятельной работы обучающихся

1. Логическое значение составного высказывания.
2. Отношение между противоречиями и опровержимыми формулами, тавтологиями и выполнимыми формулами.
3. Проверка типа формулы методом от противного.
4. Равносильные преобразования формул.
5. Равносильности в логике и тождества в алгебре.
6. Нахождение следствий из данных посылок.
7. Нахождение посылок для данного следствия.
8. Правильные и неправильные дедуктивные умозаключения.
9. Свойства булевых функций: конъюнкции, дизъюнкции, отрицания, импликации, эквивалентности.
10. Число булевых функций от n аргументов.
11. Производные правила вывода.
12. Проверить независимость аксиомы A2: $(F \rightarrow (G \rightarrow H)) \rightarrow ((F \rightarrow G) \rightarrow (F \rightarrow H))$.
13. Численные кванторы. Ограниченные кванторы.
14. Аристотелева силлогистика.

8.3. Вопросы для самопроверки, диалогов, обсуждений, дискуссий, экспертиз

1. Какие операции над высказываниями вы знаете?
2. Является ли данная совокупность символов: $X \rightarrow Y \vee Z$ формулой алгебры высказываний? Ответ обоснуйте.
3. Является ли формула $(X \rightarrow Y) \leftrightarrow (\neg X \vee Y)$ тавтологией?
4. Что значит, что формула H является логическим следствием формулы F ?
5. Что такое совершенная дизъюнктивная нормальная форма некоторой формулы алгебры высказываний?
6. Пусть некоторая теорема имеет структуру $A \rightarrow B$. Какую структуру имеет теорема, обратная к противоположной к данной теореме?
7. Какая система булевых функций называется полной?
8. Что называется доказательством в формализованном исчислении высказываний?
9. Что значит, что одна аксиома независима от других в данной системе аксиом некоторой аксиоматической теории?
10. Что такое множество истинности предиката?
11. Какие типы предикатов вы знаете?
12. Как задаётся операция навешивания квантора существования на одноместный предикат?
13. Какая формула логики предикатов называется общезначимой?
14. Как строится матрица инцидентности графа?
15. Какой граф называется двудольным?
16. Какие графы являются изоморфными?

8.4. Примеры тестов

1.	Выберите таблицу истинности для формулы $Y \rightarrow X$.											
	X	Y	$Y \rightarrow X$		X	Y	$Y \rightarrow X$		X	Y	$Y \rightarrow X$	
	0	0	0		0	0	1		0	0	1	
	0	1	0		0	1	0		0	1	1	
	1	0	1		1	0	1		1	0	0	
	1	1	1		1	1	1		1	1	1	

2.	К какому классу формул относится формула $X \vee \neg X$?		
	противоречие	тавтология	опровержимая
3.	Пусть заданы формулы X , Y и $X \wedge Y$. Какое утверждение верно?		
	$X \models Y$	$X \wedge Y \models X$	$Y \models X \wedge Y$
4.	Для того, чтобы число делилось на 12 ..., чтобы оно делилось на 8. Вставьте вместо ... пропущенные слова:		
	необходимо и достаточно	не необходимо и не достаточно	достаточно, но не необходимо
5.	К какому классу функций не относится функция Жегалкина (отрицание эквивалентности)?		
	P_0 (сохраняющих 0)	P_1 (сохраняющих 1)	L (линейных)
6.	Какое свойство является основным для формальной аксиоматической теории?		
	непротиворечивость	категоричность	полнота
7.	Какое из следующих предложений является одноместным предикатом?		
	$2 + 2 = 4$	x – студент	$x - 2$
8.	Пусть предикат $P(x, y) = \langle x > y \rangle$ задан на M^2 , где $M = \{1, 2, 3\}$. Какое множество является множеством истинности P^+ этого предиката?		
	$\{1, 2\}$	$\{(1, 2), (2, 3), (1, 3)\}$	$\{(2, 1), (3, 2), (3, 1)\}$
9.	Какая из формул логики предикатов соответствует данному предложению: «Во множестве натуральных чисел нет наибольшего элемента».		
	$\exists x (x \in \mathbf{N}) \forall y [(y \in \mathbf{N}) \wedge (y > x)]$	$\forall x (x \in \mathbf{N}) \exists y [(y \in \mathbf{N}) \wedge (y > x)]$	$\forall y [(y \in \mathbf{N}) \wedge (y > x)] \rightarrow \exists x (x \in \mathbf{N})$
10.	Закончите предложение: «Если в графе любые две вершины соединены ребром, то он называется...»		
	двудольным	полным	эйлеровым

8.5. Перечень вопросов для промежуточной аттестации (к экзамену)

1. Высказывания и операции над ними.
2. Формулы алгебры высказываний. Классификация формул.
3. Тавтологии алгебры высказываний. Основные правила получения тавтологий.
4. Логическая равносильность формул. Признак равносильности формул. Лемма о замене.
5. Нормальные формы для формул алгебры высказываний. Два способа приведения формул алгебры высказываний к совершенной нормальной форме.
6. Логическое следование формул. Признак логического следования. Следование и равносильность формул.
7. Нахождение следствий из данных посылок. Нахождение посылок для данного следствия.
8. Прямая и обратная, противоположная и обратная противоположной теоремы. Необходимые и достаточные условия.
9. Булевы функции от одного и двух аргументов. Суперпозиция булевых функций. Теорема о представлении булевых функций через конъюнкцию, дизъюнкцию и отрицание. Булевы функции и формулы алгебры высказываний.
10. Системы булевых функций. Полные системы. Специальные классы. Теорема Поста.
11. Применение булевых функций к контактно-релейным схемам.
12. Формализованное исчисление высказываний. Система аксиом. Понятие вывода.
13. Теорема дедукции. Её применение.
14. Полнота и непротиворечивость ФИВ. Теорема о полноте.
15. Независимость системы аксиом ФИВ.
16. Понятие предиката. Классификация предикатов.
17. Множество истинности предиката. Равносильность и следование предикатов.

18. Логические операции над предикатами. Связь с множествами истинности.
19. Кванторные операции. Ограниченные кванторы. Логический квадрат.
20. Формулы логики предикатов. Классификация формул логики предикатов. Интерпретация формулы.
21. Тавтологии логики предикатов.
22. Равносильность формул логики предикатов. Нормальные (приведённые) формы формул логики предикатов. Теорема о существовании нормальной формы.
23. Логическое следование формул логики предикатов.
24. Проблемы разрешения для общезначимости и выполнимости формул.
25. Определение графа. Терминология теории графов. Изоморфизм графов.
26. Матрица смежности и матрица инцидентности графа.
27. Компоненты связности графа. Мосты. Понятие маршрута (пути), цепи, цикла графа.
28. Полные графы. Теорема о количестве рёбер полного графа. Раскраска полного графа.
29. Двудольные графы. Определение и примеры. Теорема Кёнига (доказательство необходимости). Теорема о сумме степеней вершин двудольного графа. Раскраска двудольного графа.
30. Эйлеровы графы. Определение и примеры. Критерий эйлеровости графа. Задача о мостах Кёнигсберга.
31. Деревья. Определение и примеры. Критерий дерева. Раскраска дерева.
32. Остов графа. Алгоритмы Прима и Краскала для нахождения минимального остова графа.
33. Плоские и планарные графы. Теорема Эйлера для плоского графа. Соотношения для плоских графов.
34. Ориентированные графы. Терминология для ориентированных графов. Теорема о сумме полустепеней выхода и сумме полустепеней захода орграфа. Критерий одностороннего графа. Матрица инцидентности для орграфа.
35. Взвешенные графы. Нахождение минимального пути во взвешенном графе. Алгоритм Форда. Алгоритм Дейкстры.
36. Раскраска графа. Хроматическое число графа. Алгоритм последовательной раскраски графа.

8.6. Темы для написания курсовой работы

Не предусмотрено.

8.7. Формы контроля самостоятельной работы

Студенты сдают задания самостоятельной работы на консультациях.

Рабочая программа учебной дисциплины составлена в соответствии с учебным планом, федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование.

Рабочая программа учебной дисциплины составлена:

К.ф.-м.н., доцент кафедры математики,

теории и методики обучения математике Е.А. Фомина Е.А. Фомина

Рабочая программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математики, теории и методики обучения математике, протокол № 1 от «31» августа 2015 г.

/Зав. кафедрой Е.А. Фомина / Е. А. Фомина /

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена методической комиссией физико-математического факультета протокол № 1 от «31» августа 2015 г.

Председатель методической комиссии З.А. Скрипко З. А. Скрипко