

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
(ТГПУ)



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б.3.В.28 ЧИСЛОВЫЕ СИСТЕМЫ

ТРУДОЁМКОСТЬ (В ЗАЧЁТНЫХ ЕДИНИЦАХ) – 3

Направление подготовки: 050100.62 Педагогическое образование

Профили подготовки: Математика и Физика

Степень (квалификация) выпускника – бакалавр

Форма обучения: очная

1. Цели изучения учебной дисциплины

Целями дисциплины является:

- формирование у студентов представления о числовых системах и их месте в современной математике,
- знакомство студентов с основными понятиями и спецификой построения числовых систем,
- знакомство с возможностями использования элементов данной дисциплины в процессе изучения школьного курса математики, и на факультативных занятиях.

2. Место учебной дисциплины в структуре основной образовательной программы

Данная дисциплина относится к числу дисциплин профессионального цикла (вариативной части). Она является неотъемлемой частью профессионального математического образования студента. Для освоения данной дисциплины требуются математические знания, полученные в ходе изучения дисциплин: «Элементарная математика», «Алгебра».

Усвоение этой дисциплины необходимо для успешного освоения следующих учебных дисциплин: «Методика обучения математике», «Избранные главы элементарной математики», «История математики», «Преподавание в классах с углубленным изучением математики», «Решение олимпиадных задач по математике».

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесённых с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Числовые системы» направлен на формирование следующих компетенций:

- владение культурой мышления, способностью к обобщению, анализу и восприятию информации (ОК 1);
- способность использовать знания о современной естественнонаучной картине мира в образовательной и профессиональной деятельности (ОК 4);
- способность логически верно выстраивать устную и письменную речь (ОК 6).
- осознание социальной значимости своей будущей профессии (ОПК 1).

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- как строится множество натуральных чисел;
- понятие расширения множества;
- требования к системам аксиом;

построение кольца целых чисел;

- построение поля рациональных чисел, поля действительных чисел;
- построение моделей поля комплексных чисел;
- понятие и свойства кватернионов;

владеть:

- навыками самостоятельной работы;
- умением находить и перерабатывать дополнительную информацию в прикладных задачах.

4. Общая трудоемкость дисциплины 3 зачётных единицы и виды учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость (в соответствии с учебным планом) (час)	Семестры
	108	8
Аудиторные занятия	30 (в том числе в интеракт. – 6)	30 (в том числе в интеракт. – 6)
Лекции		
Практические занятия	30	30
Семинары		
Лабораторные работы		
Другие виды аудиторных работ		
Другие виды работы		
Самостоятельная работа	78	78
Курсовой проект (работа)		
Реферат		
Расчетно-графические работы		
Формы текущего контроля		
Вид промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом		Зачет

5. Содержание учебной дисциплины

5.1. Разделы учебной дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (темы)	Аудиторные часы					Самостоятельная работа (час)
		ВСЕГО	лекции	практические (семинары)	Лабораторные	В т.ч. интерактивные формы обучения (не менее 10%)	
1.	Построение множества натуральных чисел. Аксиомы Пеано	5		5		1	13
2.	Основные требования к системам аксиом	5		5		1	13
3.	Построение кольца целых чисел	5		5		1	13
4.	Построение поля рациональных чисел	5		5		1	13
5.	Различные подходы к определению действительного числа.	5		5		1	13
6.	Поле комплексных чисел, кватернионы	5		5		1	13
	Итого:	30/ 0,83з.ед.		30		6 / 20%	78

5.2. Содержание разделов учебной дисциплины

Тема 1. Построение множества натуральных чисел. Аксиомы Пеано

Метод математической индукции. Алгебраическая операция. Свойства. Группа. Кольцо. Поле. Свойства. Изоморфизм колец и полей. Отношение порядка. Аксиомы Пеано. Доказательство существования и единственности сложения и умножения на множестве натуральных чисел. Свойства Отношение сравнения на множестве натуральных чисел.

Тема 2. Требования к системам аксиом.

Тема 3. Построение кольца целых чисел

Построение множества целых чисел с помощью пар натуральных чисел. Классы эквивалентных пар. Операции над ними. Свойства.

Тема 4. Построение поля рациональных чисел.

Представление рациональных чисел десятичными дробями. Упорядочивание поля $\mathbb{Q}$. Свойства аксиоматической теории $\mathbb{Q}$.

Тема 5. Различные подходы к определению действительного числа.

Построение моделей $\mathbb{R}$ по Дедекинду, Кантору и Вейерштрассу. Формулировка аксиоматической теории $\mathbb{R}$.

Тема 6. Поле комплексных чисел, кватернионы

Аксиоматическая теория комплексного числа. Формулировка теории. Свойства поля $\mathbb{C}$. О порядках на $\mathbb{C}$. Модель $\mathbb{C}$. Теорема Фробениуса. Тело кватернионов.

5.3. Лабораторный практикум

Не предусмотрен.

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

6.1. Основная литература по дисциплине:

1. Матрос, Д.Ш. Элементы абстрактной и компьютерной алгебры / Д.Ш. Матрос. – М.: Академия, 2006. – 237с.

6.2. Дополнительная литература:

1. Куликов, Л.Я. Алгебра и теория чисел / Л.Я. Куликов. – М.: Высш. школа, 1979. – 558с.
2. Ларин, С.В. Числовые системы / С.В. Ларин. – М.: Академия, 2001. – 157 с.
3. Нечаев, В.И. Числовые системы / В.И. Нечаев. – М.: Просвещение, 1975. – 199с.

6.3 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети Интернет, необходимых для освоения дисциплины

1. Математический интернет-портал «Вся математика»: <http://www.allmath.ru>
2. Образовательный математический сайт <http://www.exponenta.ru>
3. Интернет-тест по математике: <http://www.mathtest.ru>

6.4. Рекомендации по использованию информационных технологий, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

№ п/п	Наименование раздела (темы) учебной дисциплины	Наименование материалов обучения, пакетов программного обеспечения	Наименование технических и аудиовизуальных средств, используемых с целью демонстрации материалов
-------	--	--	--

1	1-6 (см. таб. 5.1)	Табличный процессор (Microsoft Office Excel). Набор электронных презентаций	Мультимедийный компьютерный класс с оснащением: мультимедиа-проектор, ноутбук, экран, акустическая система. Интерактивная доска, наличие локальной и глобальной сети.
---	--------------------	--	---

7. Методические рекомендации для обучающихся по освоению дисциплины

7.1. Методические рекомендации для студентов

Курс «Числовые системы» является завершающим в алгебраическом цикле и опирается как на все предыдущие разделы алгебры, так и на некоторые вопросы математического анализа. Поэтому для глубокого овладения материалом потребуются довольно часто обращаться к пройденному материалу.

Для самоконтроля вам предлагаются тестовые задания, для выполнения которых (если возникнут затруднения), следует обратиться к лекциям, учебникам по указанной теме или решённым на практических занятиях задачам.

7.2. Методические рекомендации преподавателю

Предлагаемый курс «Числовые системы» опирается на вводный курс математики, алгебраические системы, теорию чисел, теорию линейных пространств. Этот курс также использует некоторые понятия математического анализа: фундаментальные и сходящиеся последовательности, свойства пределов и др. Поэтому его изучение потребует актуализировать и обогатить знания студентов из различных областей математики. Целесообразно, на наш взгляд, приводить перечень необходимых результатов в сжатой форме. Приведем примеры. Основные классы алгебраических систем: вводятся понятия полугруппы и полугруппы с сокращением, полуколец, тел. С использованием изученного в курсе алгебры, геометрии и математического анализа, имеется возможность приводить очень интересные примеры алгебраических систем и исследовать их свойства. На занятиях достаточно привести определения и установить связи.

Материал, как правило, вызывает большой интерес у студентов. Можно привести исторические сведения об открытии тела кватернионов (Александрова Н.В. Из истории векторного исчисления) и рассмотреть вопросы о разрешимости квадратных уравнений.

В заключение, формулируется теорема Фробениуса, и подводятся итоги о последовательности числовых систем.

8. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

8.1. Тематика рефератов

Не предусмотрено.

8.2. Вопросы и задания для самостоятельной работы, в том числе групповой самостоятельной работы обучающихся

1. История появления отрицательных чисел.
2. История появления комплексных чисел.
3. Практика преподавания темы «Комплексные числа» в школе.
4. История создания аксиоматики арифметики.

5. Системы аксиом и требования к ним.
6. Примеры аксиоматических теорий.
7. Количественная теория $\mathbf{N}$.
8. $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \middle| a, b \in R \right\}$ модель теории $\mathbf{C}$.
9. Докажите, что $\langle \mathbf{Z}, + \rangle$ – аддитивная группа целых чисел;
10. Докажите, что $\langle \mathbf{Z}, * \rangle$ – мультипликативная полугруппа целых чисел;
11. Докажите, что $\langle \mathbf{Z}, +, * \rangle$ – кольцо целых чисел;
12. Докажите, что $\langle \mathbf{Z}, < \rangle$ – линейно упорядоченное множество целых чисел;
13. Докажите, что $\langle \mathbf{Z}, +, *, < \rangle$ – упорядоченное кольцо целых чисел;
14. Докажите, что поле рациональных чисел является минимальным полем, содержащим полукольцо натуральных чисел.
15. Докажите, что в поле рациональных чисел уравнение $x^2 = p$ решения не имеет.
16. Докажите единственность поля действительных чисел в поле комплексных чисел.

8.3. Вопросы для самопроверки, диалогов, обсуждений, дискуссий, экспертиз

1. Основные понятия теории множеств.
2. Алгебраические операции. Их свойства. Примеры алгебраических операций на числовых множествах.
3. Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности. Свойства.
4. Основные алгебраические структуры. Примеры. Свойства.
5. Изоморфизм алгебраических структур.
6. Принцип полной математической индукции.
7. Линейно упорядоченное множество.

8.4. Примеры тестов

1.	Среди указанных алгебраических систем укажите коммутативную группу: $\langle \mathbf{N}, + \rangle$, $\langle S_n, \cdot \rangle$, $\langle \mathbf{C}^*, \cdot \rangle$.	1. $\langle \mathbf{N}, + \rangle$ 2. $\langle S_n, \cdot \rangle$ 3. $\langle \mathbf{C}^*, \cdot \rangle$
2.	Какое из высказываний истинно?	1. Каждая группа является полугруппой с сокращением. 2. Любая полугруппа с сокращением является группой.
3.	Кольцо $\langle M_n(P), +, \cdot \rangle$ имеет делители нуля. Это значит:	1. его можно линейно и строго упорядочить 2. его нельзя линейно и строго упорядочить
4.	В поле $\langle \mathbf{C}, +, \cdot \rangle$ $i^2 = -1$, $1^2 = 1$. Это значит:	1. его можно линейно и строго упорядочить 2. его нельзя линейно и строго упорядочить
5.	Алгебраическая система $\langle \mathbf{N}, +, \cdot \rangle$ является:	1. полукольцом 2. полем
6.	Порядок на $\langle \mathbf{N}, +, \cdot \rangle$ – архимедов, так как:	1. $\exists \mathbf{N} a, b \forall \mathbf{N} n (na \leq b)$ 2. $\forall \mathbf{N} a, b \exists \mathbf{N} n (na > b)$
7.	Вставьте пропущенное слово: Множество $\langle \mathbf{N}, < \rangle$ с естественным порядком ... вполне упорядоченным	1. является 2. не является
8.	Из указанных множеств укажите подкольца кольца $\langle \mathbf{Z}, +, \cdot \rangle$	1. $\mathbf{N}$ 2. $2\mathbf{Z}$ 3. P (множество простых чисел)

9.	Является ли порядок в кольце $\langle \mathbf{Z}, +, \cdot \rangle$ дискретным?	1. да 2. нет
10.	Укажите истинное высказывание:	1. $ \mathbf{N} < \mathbf{Z} $ 2. $ \mathbf{N} = \mathbf{Z} = \aleph_0$
11.	Каждое целое число z можно представить в виде:	1. $z = n_1 - n_2$, где $n_1, n_2 \in \mathbf{N}$ 2. $z = n_1 - n_2^2$, где $n_1, n_2 \in \mathbf{N}$
12.	Система аксиом теории $\mathbf{Z}$ непротиворечива при условии непротиворечивости:	1. системы аксиом $\mathbf{N}$ 2. системы аксиом $\mathbf{Q}$
13.	Обладает ли система аксиом $\mathbf{Z}$ свойством независимости?	1. да 2. нет
14.	Вставьте пропущенное слово: Множество $\langle \mathbf{Q}, < \rangle$ с естественным порядком ... вполне упорядоченным.	1. является 2. не является
15.	Порядок на $\mathbf{Q}$ продолжает порядок на $\mathbf{Z}$ так как:	1. $\mathbf{N} \subset \mathbf{Q}^+$ 2. $\mathbf{Z} \subset \mathbf{Q}$

8.5. Перечень вопросов для промежуточной аттестации (к зачёту).

1. Аксиоматика Пеано. Обоснование метода математической индукции.
2. Построение полукольца на множестве $\mathbf{N}$.
3. Введение и свойства порядка на $\mathbf{N}$.
4. Теоретико-множественная модель $\mathbf{N}$.
5. Свойства аксиоматики Пеано.
6. Определение системы $\mathbf{Z}$. Докажите, что $\langle \mathbf{Z}, \cdot, + \rangle$ – область целостности.
7. Упорядочивание кольца целых чисел.
8. Аксиоматическая теория $\mathbf{Q}$. Свойства рациональных чисел.
9. Упорядочивание поля $\mathbf{Q}$.
10. Непротиворечивость теории $\mathbf{Q}$.
11. Существование в $\mathbf{Q}$ сечений, не производимых рациональными числами.
12. Существование в $\mathbf{Q}$ последовательности вложенных отрезков с пустым пересечением.
13. Построение поля на множестве всех сечений в $\mathbf{Q}$.
14. Теорема об извлечении корня в.
15. Теорема Дедекинда.
16. Свойства фундаментальных последовательностей произвольного линейно строго упорядоченного поля.
17. Построение модели Кантора системы действительных чисел.
18. Различные классификации действительных чисел (рациональные, иррациональные; алгебраические, трансцендентные). Мощности соответствующих подмножеств.
19. Аксиоматическая теория $\mathbf{C}$.
20. Построение тела кватернионов.

8.6. Темы для написания курсовой работы

Не предусмотрено.

8.7. Формы контроля самостоятельной работы

Студенты сдают задания самостоятельной работы на консультациях.

Рабочая программа учебной дисциплины составлена в соответствии с учебным планом, федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению подготовки 050100.62 Педагогическое образование

Рабочая программа учебной дисциплины составлена:

кандидат педагогических наук,

доцент кафедры математики,

теории и методики обучения математике  В.Н. Ксенева

Рабочая программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математики, теории и методики обучения математике, протокол № 1 от « 31 » августа 2015 года

/Зав. кафедрой  / Е. А. Фомина /

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена методической комиссией физико-математического факультета, протокол № 1 от « 31 » августа 2015 г.

Председатель методической комиссии ФМФ  /З. А. Скрипко/